POLIEDROS DEGULA RES ARQUIME DIA NOS

Laminas 39 al 47

EUITI - Cuestionarios Plan 1966



UNIVERSIDAD DE SEVILLA Facultad de Matemáticas Biblioteca

0. PEO-127382 1.31210927

- Bib. -

TAP/014

39

ENUNCIADO

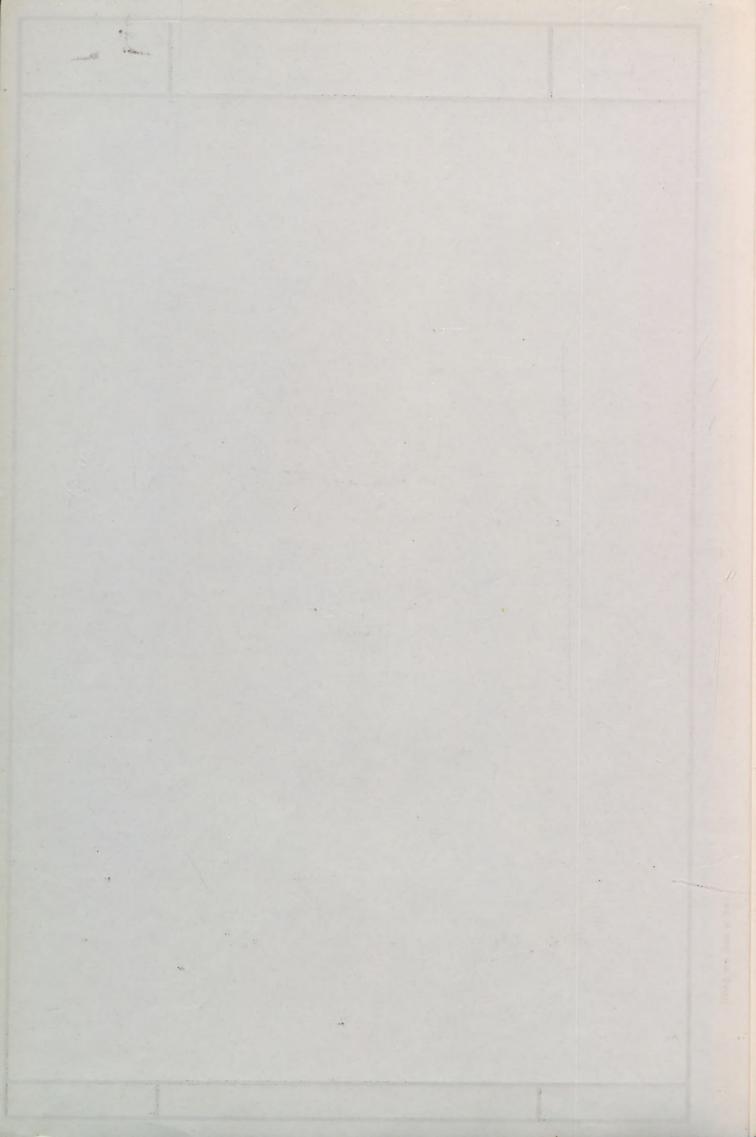
Representar por el cuitodo gráfico-analítico, en los plamos I, II y II, el Arquimediano VII, en el que en cada vértice concurren un triangulo equilatero y dos oscagomos regulares.

Loa longitud de su lado es de 46,9 mm, y las coordemadas de su centro 0, son (72, 72, 85) mm. Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

DATOS

0 (72, 72, 85) mm.

ly = 46.9 mm



CONSIDERACIONES PREVIAS

Seguiremos, en el estudio de este arquimediano, las directrices y fórmulas generales planteadas en el del "Arquimediano I", lámina 33.

En el easo particular que nos ocupa, determinaremos las magnitudes signientes:

1 - Arista del Arquimediano VII (dato del ejercicio).

q = Radio de la estera circumscrita.

1-11 b = Radio de la estera tangente a las aristas.

Tiz-VII C3 = Radio de la esfera tangente a las caras trianquelares.

1: VII C = Radio de la estera tangente a las caras exagonales.

Tes. de la circumferencia circumscrita a una cara triangular.

Too de : Radio de la circumferencia circumscrita a una cara exagonal.

obtenido .. al unir los eschremos de las aristas de un angulo sólido.

«3 : Angulo rectilines del diedro formado por una cara triangular con el plano diametral del arquimedia. mo, que pasa por una arista de aquilla.

de: Angulo acctélines del diedro formado por una cara

in the past pre many many my say my me

exagonal con el plano d'ametral del arquimediano que pasa por una arista de aquello.

13-6 = Inquilo cectilines del diedro formado por una caca triangular y otra escagonal.

96-6 = Angulo cectilines del diedro formado por dos cacas exagonales.

S = Luperficie

V = Volumen.

PROCESO GRÁFICO- ANALÍTICO

El estudio cealisado de este arquimediano, mos indica. que se compone de 4 caras trianquelares y 4 caras escagomales; 12 réstices y 18 aristas.

En cada vértice concurren un trianquelo y dos escago-

Asi pues, tendremos que

ARQUIMEDIANO VII (1 P3 + 2 P6); C3=4; C=4; V=12; A=18

Cálculo de sus magnitudes

Arista "l" del arquimediano

Dato del ejercicio

evaluat con at place diametral that exquiredian the se excepted to a court triangulation of the rains emage Radio "m" de la circumferencia circumscrita al poligono obtemido al unir los esetremos de las tres aristas que concurren en un angulo solido.

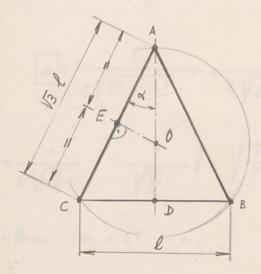


Figura 1

Dicho poligono (fig. 1) es un trianquelo isosceles, cuya bare BC es la arista "l" del arquime-diano (lado de la cara trian-quelas), y sus otros dos lados iguales AC = AB, corresponden a la diagonal de la cara escago-mal tambien de lado "l".

La geometria mos enseña que esta diagonal, es

AC = AB = V3 P

De la figura se deduce:

$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CD}^2} = \sqrt{(\sqrt{3} \ell)^2 - (\frac{\ell}{2})^2} = \sqrt{3\ell^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{3 - \frac{1}{4}} \times \ell = \sqrt{\frac{11}{4}} \times$$

cos
$$d = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{V\overline{11}}{2} \ell$$
: $V\overline{3} \ell = \frac{V\overline{11}}{2V\overline{3}} = \frac{V\overline{33}}{6}$ γ tambien:

$$\overline{AO} = \boxed{m} = \frac{\overline{AE}}{600} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ell : \frac{\sqrt{33}}{6} = \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{33}} \ell = 3\sqrt{\frac{3}{33}} \ell = 3\sqrt{\frac{1}{11}} \ell = 3 \times \frac{\sqrt{11}}{11} \ell$$

$$= \frac{3\sqrt{11}}{11} \ell = 0,90 45 34 03 - ... \ell$$
 Para el caro del dibujo rera:
 $m = 0.90 45 34 03 \times 46,9 = 42,4 mm$

to diagrant to be seen a design Thursday! A THE STATE OF THE - Samuel or of the Radio "a" de la esfera circunscrita

de obtiene aplicando la formula general [1] (ver lan. 33) a este caso particular.

$$a = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - m^2}} = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - (\frac{3\sqrt{11}}{41}\ell)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{9\times11}{41^2}}}\ell = \frac{1}{2\sqrt{4 - \frac{9}{11}}}\ell = \frac{1}{2\sqrt{4 - \frac{9}{11}}\ell}\ell = \frac{1}{2\sqrt{4$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{2}{11}}} \ell = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{11}}} \ell = \sqrt{\frac{11}{8}} \ell = \sqrt{\frac{12}{4}} \ell = 1, 17 26 03 94 - - \ell$$

Radio "b" de la esfera tangente a las aristas

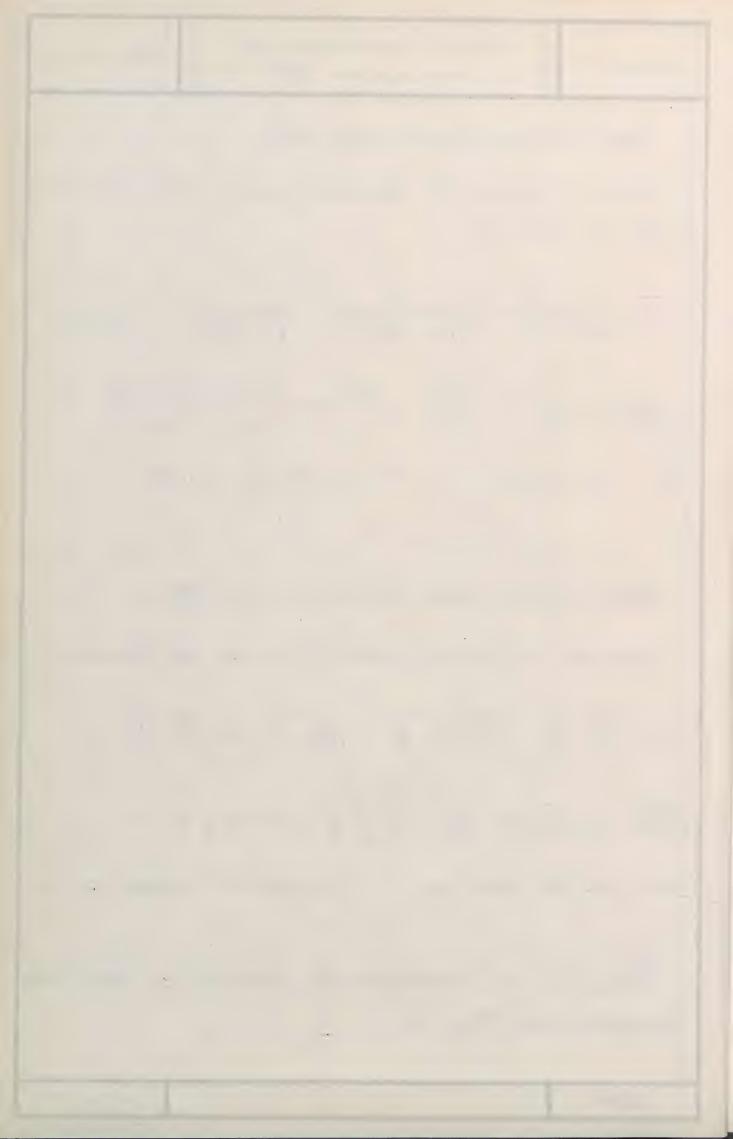
Aplicando la forannela general [3], (ver lam. 33), tendreur os:

$$b = \sqrt{a^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{22}}{4}\ell\right)^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{22}{16} - \frac{1}{4}} \times \ell = \sqrt{\frac{11}{8} - \frac{1}{4}}\ell = -\frac{1}{8}$$

$$=\sqrt{\frac{11-2}{8}} \ell = \sqrt{\frac{9}{8}} \ell = \frac{3}{2\sqrt{2}} \ell = \frac{3\sqrt{2}}{4} \ell = 1,06066017...\ell$$

Para el caso del dibujo, será: b = 1,06 06 60 17- x 46,904 = 49,7 mm

Radio "d3" de la circumferencia circumscrita a una cara triangula de lado "l"



de demuestra en genneties. es

$$|d_2| = |\sqrt{3}|_{3} \ell = 0, 57.75.50.27...\ell$$

Thin it was del discus ara: do: 0.57 73 50 27 - x 46,9 = 27,1 mm.

Partie "de la circumferencia circumserita a mea cara exagonal de lado "l"

Le demnestra en geometria, es

d6 = l

Radio "C3" de la esfera tangente a las casas trianquelares de lado "l"

Aplicando la firmula general [2] (ver lain. 33), terretremens:

$$C_3 = \sqrt{a^2 - (d_3)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{22}}{4}\ell\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\ell\right)^2} = \sqrt{\frac{22}{16} - \frac{3}{9}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{11}{8} - \frac{1}{3}} \times \ell = \sqrt{\frac{33 - 8}{24}} \times \ell = \sqrt{\frac{25}{24}} \times \ell = \frac{5\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} \times \ell = \frac{5\sqrt{6}}{12} \ell = \frac{5\sqrt{6}}{12} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

= 1, 02 06 20 73 --- {

Para el caso del dibujo, cera: C3 = 1,02 06 20 73 × 46,9 = 47,9 mm.

Radio "Co" de la espera tangente a las casas exacurates de lado "l"

Aplicando la férente, reneral [2] ou la m. 33, tendrem +:

0

12 - 2 - 39



Lanina 39

Poliedros arquimedianos VII

Maga " 6

$$C_6 = \sqrt{a^2 - (d_6)^2} = \sqrt{\frac{\sqrt{22}}{4} l^2} = \sqrt{\frac{22}{16} - l} \times l = \sqrt{\frac{6}{16}} \times l = \frac{\sqrt{6}}{4} l = \frac{6}}{4} l = \frac{\sqrt{6}}{4} l = \frac{\sqrt{6}}{4} l = \frac{\sqrt{6}}{4} l = \frac{\sqrt{6}}{4$$

= 0.61 23 72 44 ... 8

Fara el caso del debuje, sera: C6 = 0.61 23 72 24 ... x 46,9 = 28,7 mm.

Angulo rectilines "x3" del diedro formado pa una cara trianquilar, con el plano diametral del arquimedieno, que pasa por una arista de aquella.

de détiene, en funcion de su tangente, par la formula general [5] (rès lam. 33).

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \propto_{3} = \frac{2 c_{3}}{\sqrt{4 (d_{3})^{2} - \ell^{2}}} = \frac{2 \times \frac{5 \sqrt{6}}{12} \ell}{\sqrt{4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \ell\right)^{2} - \ell^{2}}} = \frac{\frac{5 \sqrt{6}}{6}}{\sqrt{4 \times \frac{1}{3} - 1}} = \frac{5 \sqrt{6}}{6} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{6}$$

$$= \frac{5}{6} \sqrt{6 : \frac{1}{3}} = \frac{5}{6} \sqrt{18} = \frac{5 \times 3 \cdot \sqrt{2}}{6} = \frac{5\sqrt{2}}{2} = 3,5355339$$

le to d3 = 0, 54 84 550

×3 = 74° 12' 24,6"

Angulo rectitines "x6" del diedro formado por una cara escagonal, con el plano diametral del arquimediano, que pasa por una arista de aquella.

Le obtiene, en función de su tanquete, por la firmula general [6] (ver lam, 33).

$$|t_{7}| \times c = \frac{2 \cdot c_{6}}{\sqrt{4 \cdot (d_{6})^{2} - \ell^{2}}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot \ell}{\sqrt{4 \cdot \ell^{2} - \ell^{2}}} = \frac{\sqrt{6}}{2} : \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.70 \cdot 71 \cdot 06 \cdot 8 - 100 \cdot 100$$



le to 0 = 1, 84 94 85 0

In als rectiliones \$3.6 del diedro formado por una cara triangular o una exagonol ambas regulares.

Aplicando la formula general [4] (ver lam. 33), tendrenios

\$\forall_{3-6} = \pmu_3 + \pmu_6 = 74° 12' 24,6" + 35° 15' 51,8"

Puede étenerse ou valor directamente, por la formula

$$\frac{1}{5} \frac{1}{3-6} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{5} \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \frac{1}{3} = \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\frac{6}{4}} = -\frac{3\sqrt{2}}{\frac{3}{2}} = -2\sqrt{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\frac{3}{4}} = -2\sqrt{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\frac{3}{4}} = -2\sqrt{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\frac{3}{4}} = -2\sqrt{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\frac{3}{4}} = -2\sqrt{2}$$

Angulo cectilines 46.6. del dudis formade por dos varas exagonales regulares

Aplicando la foramila general [4], [ver lam. 12], tendramos:



Tueste d'inserte directormente, por la formula

$$\frac{1}{5} \frac{9}{6-6} = \frac{1}{5} \frac{2}{6} = \frac{2 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{1}{5} \frac{2}{46}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

= 2,82 24 27 1... ly ty 4 6-6: 0.45 15 40 8

quelos 43-6 1 46-6, son suplementarios, puesto que

42-6 + 46-6 = 109° 28' 16.4" + 70° 31' 43,6"= 180° = TT

to enal ne deduce tourbien de sus valores trigonomitricos, ja

Area lateral "5" del arquimediaus

de compone de la suma de 4 caras trianquiares que la caras ocagonales, ambas regulares q de iqual ledo "l"; la superficie" será pues

5 = 4 x
$$\frac{\sqrt{3}}{4} \ell^2 + 4 \times \frac{6\sqrt{3}}{4} \ell^2 = (\sqrt{3} + 6\sqrt{3}) \ell^2 = 7\sqrt{3} \ell^2 =$$

= 12, 12 43 55 66... l



Odumen "V" del zummedians

Le compone de la suma de s piramides trianquelares reque la compone de la suma de la la component de la component de la component de la component la component

$$V = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \ell^2 \times \frac{C_3}{3} + 4 \times \frac{6\sqrt{3}}{4} \ell^2 \times \frac{C_6}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \ell^2 \times \frac{5\sqrt{6}}{12} \ell + 2\sqrt{3} \ell^2 \times \frac{\sqrt{6}}{4} \ell = \frac{1}{2} \ell^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \left(\frac{5\sqrt{18}}{36} + \frac{2\sqrt{18}}{4}\right)\ell^3 = \left(\frac{5\sqrt{2}}{12} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\ell^3 = \left(\frac{5\sqrt{2} + 18\sqrt{2}}{12}\right)\ell^3 = \frac{23\sqrt{2}}{12}\ell^3$$

= 2,71 05 75 99 {3

FIGURA CORPOREA

Le obtiene por el acoptamiento de la trianquelos equilateros de lado l = 46,9 mm y la conjunto regulares, trabien de lado "l". El acoptamiento deberá lacerse de forma que en cada vértice concurran dos exágonos y un triángulo.

NOTA. - Observe e que les augules diedres 43-6 2 46.6,

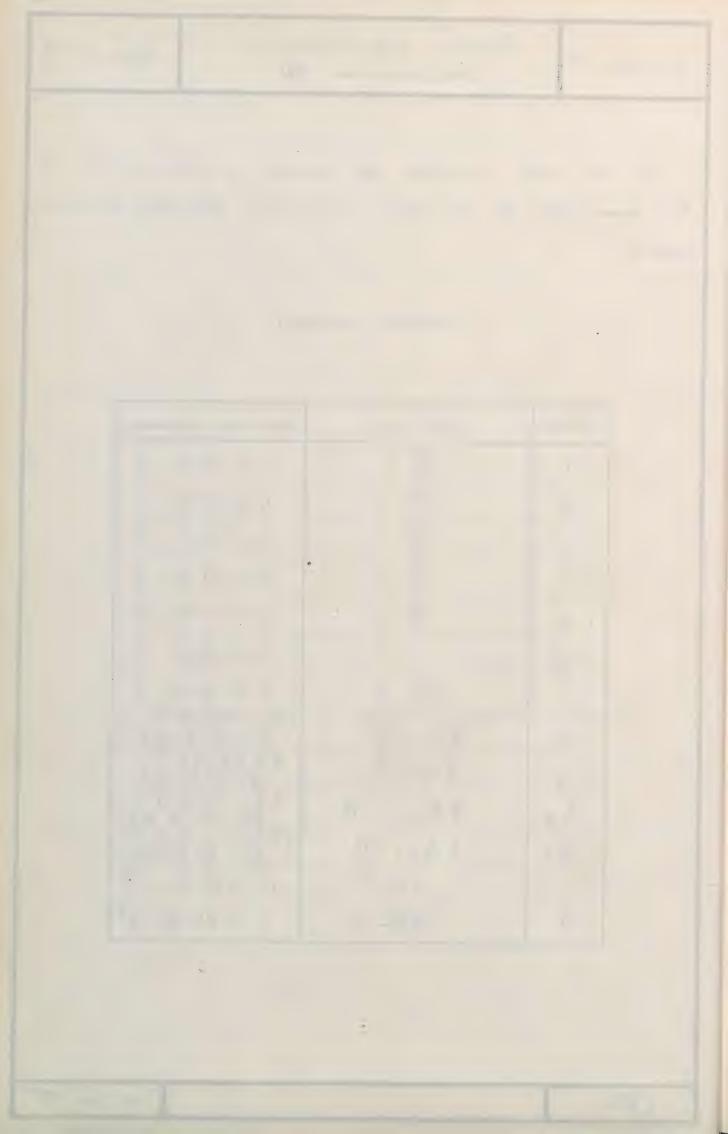
son respectivamente ignales a les del tetraedes regulas (lain. 1) y octaedes augular (lain.
3).



Én el madro simoption que dans. a continuación estan assumidos los assultados analíticos obtenidos anteriosmente.

CUADRO SINÓPTICO

Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximado
a	<u>√22</u> 4 ℓ	1, 17 26. 04 {
Ь	3 V2 {	1.06 06 602
C ₃	$\frac{5\sqrt{6}}{12}$ ℓ	1.02 06 21 {
C ₆	<u>√6</u> ℓ	0. 61 23 72 {
d_3	<u>√3</u> ℓ	0.57 73 50 {
de	1 {	1,00 00 00
m	3 V11 l	0. 90 45 34 l
×3	tg x3 = 5 V2	4 43 = 3,53 55 34 4 24.6"
×6	$\frac{1}{2} \propto_{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	9 % = 0.707107 % = 35° 15' 51.8"
43-6	ty 43-6 = - 2 V2	19 43-6 = - 2, 82 84 27 43-6 = 109° 28' 16, 4"
46-6	tg 96-6 = 2 V2	17 %-6 = 2, 82 84 27 %-6 = 70° 31' 43,6"
5	7 V3 l²	12, 12 43 56 ℓ^2
V	23 VZ 13	2. 71.05 76 23



PROCESO GRÁFICO - ANALÍTICO

Después del cálculo de las magnitudes principales, vamos a proceder, en la lámina 39, a la representación gráfica del Arquimediano VII.

Para en trasado mos valdremos de cotas calculadas por las formulas anteriores, y de procesos gráficos.

l'an est objets, calculemes prenamente las arquestes magnitudes.

ly = Sato del ejercicio = 46,9 mm

a = 1, 17 26 04 --- x 46,9 = 55,0 mm

b = 1,06 06 60 ... x 46.9 = 49.7 mm

C3 = 1,02 06 21 --- × 46,9 = 47,9 mm

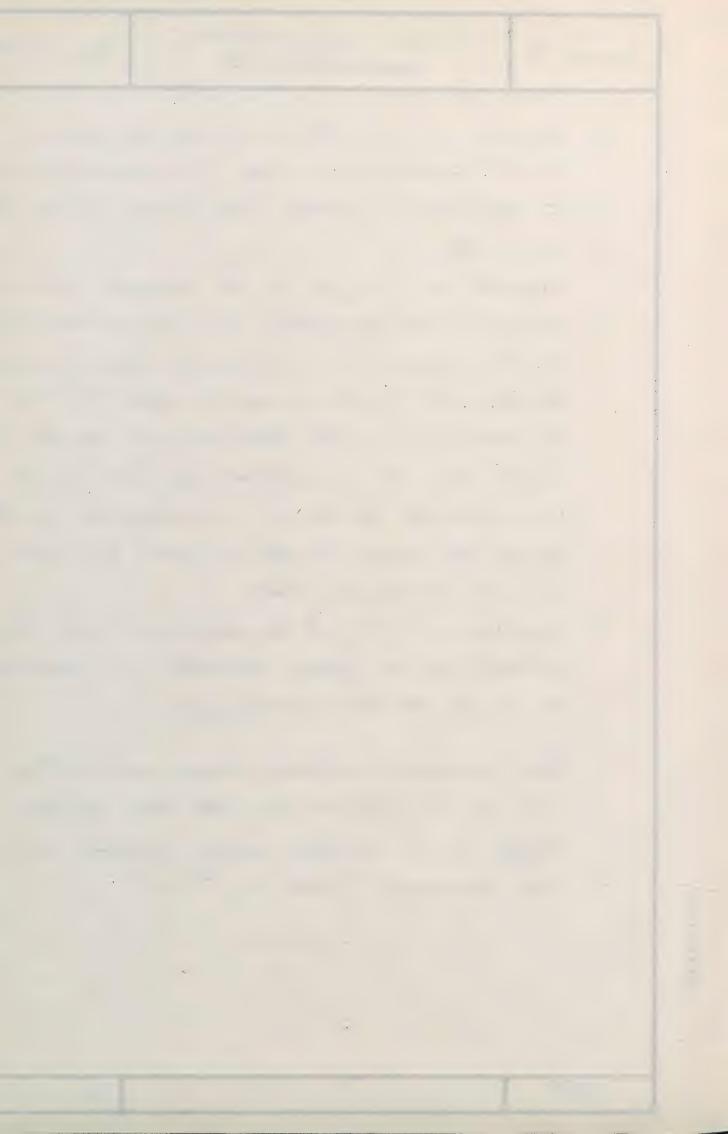
C6 = 0, 61 23 72 --- x 46,9 = 28,7 mm

d3 = 0,57 73 50 ... x 46,9 = 27,1 11 m

de = 1.00 00 00 ... x 46.9 = 46.9 mm

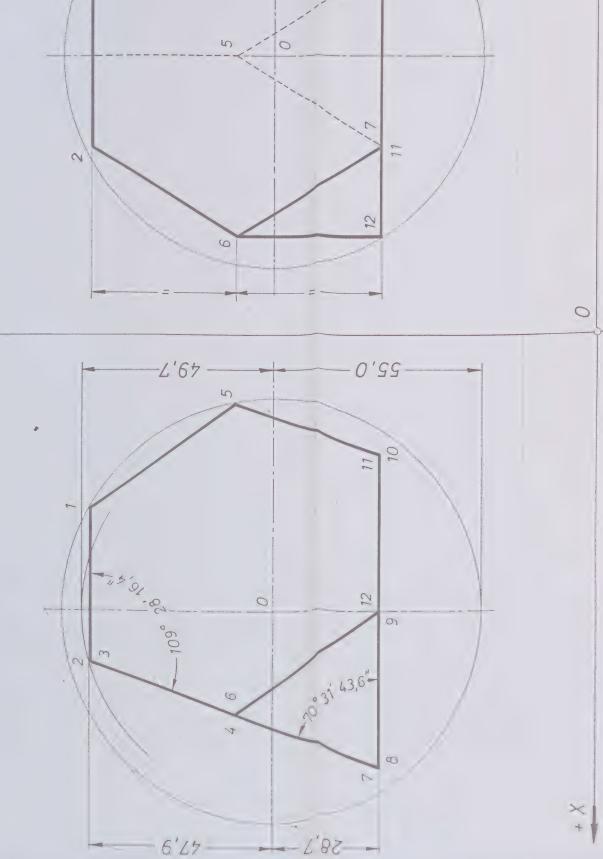
El orden de operaciones del trasado gráfico (lain. 39), es el signisente:

- 1º Lituar el centro 0, de coordenadas 0 (72, 72, 85) mm.
- Dileujar en I, II. q III las proyecciones de la esfera circumscrita, de radio a: 55,0 mm,
- 3º Representar en I, II y III la cara triangular superior 1-2-3, su puesto el poliedro colocado con dicha cara paralela a II y im lado (2-3) perpendicular a I. (suti-licese la cota "C3" en I y III).





Z+



ARQUIMEDIANO VII

7 = 4	7 = 9	= 12	11	1P + 2P
نّ	C	>	A	-
Número de caras triangulares	de caras exagonales	de vértices	aristas	Número de caras de un ángulo sólido
de	de	de	de	de
Número	Número	Número	Número	Número

ENUNCIADO

5

6'97

Representar por el método gráfico-analítico en los planos I, II y III, el Arquimediano VII en el que en cada vértice concurren un triángulo equilátero y dos exágonos regulares. La longitud de su lado es de 46,9

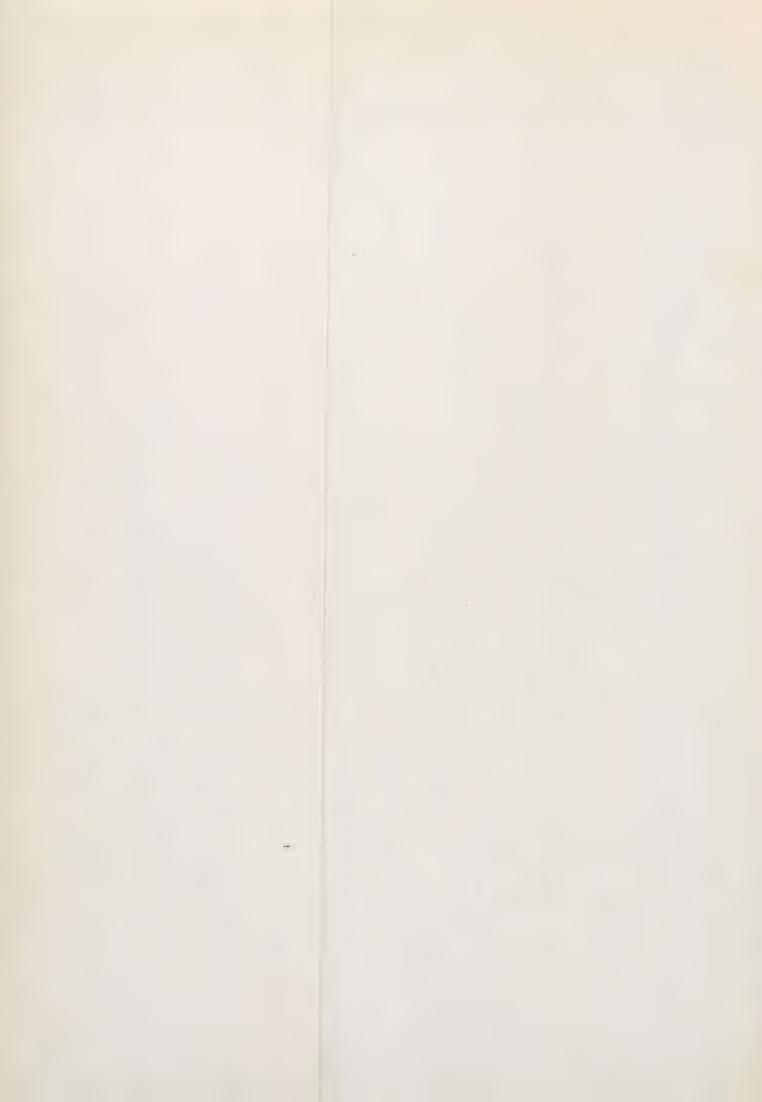
La longitud de su lado es de 46,9 milímetros, y las coordenadas de su centro 0, son: 0(72,72,85) mm.
Dibujar en formato A3v y a es-

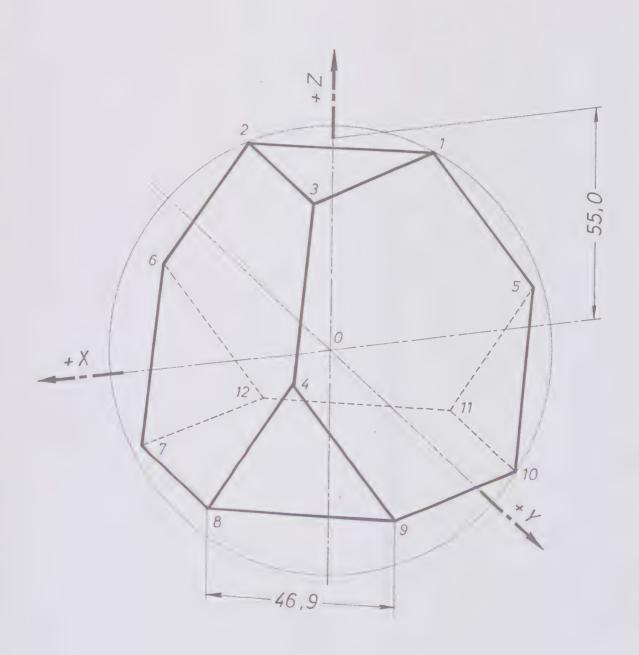
Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

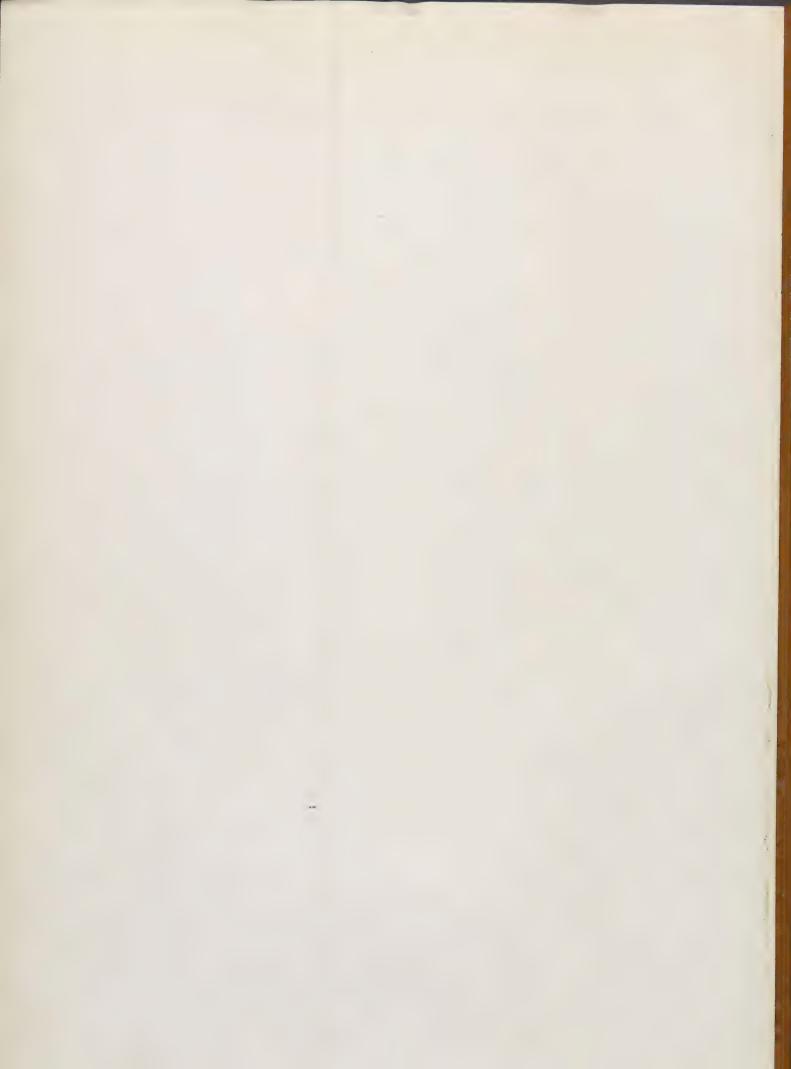
+

Curso	III
	Arquimediano
	ime
	Arqu
Alumno:	Escala
	Alumno:

Lámina 39 Curso 19 - 19







40

EMUNCIADO

Le presentar por el muiores profice-analetes en en presenta.

I. II que II. el doque madran VIII, en el cue en endo rértice concurren un tria er us equilations que entres.

madas de su cuito 0, son (72, 72, 85) mm.

Dileujar en frant AZV 1 a escala 1:1.

DATOS 0 (72, 72, 85) m m

UNE A4 210 X 297



CONSIDERACIONES PREVIAS

Lequiremos, en el estudio de este arquimediane, las dicuetrices y focamulas generales plantendas en el "Arquimediano I", lámina 33.

En el caso particular que nos ocupa, determinaremos las magnitudes signientes:

la Daista del Arquimediano VIII (dato del ejercicio).

a = Radio de la esfera circumerita

b = Radio de la esfera tangente a las aristas.

C3 = Radio de la esfera tancente a las caras tocanquelaces.

C₈ = Radio de la esfera tangente a las caras octogenales.

de : Radio de la circumferencia circumscrita a una caca triangular.

de : Radio de la circumferencia circumserità a una cara octogonal.

m = Radio de la circumferencia circumstrata al poligomo obtenido- al unir los extremos de las avistas de un angulo sólido.

de : Angulo rectilines del diedo formado por uma cara trianquelar, con el plano diametral del arquimediano que para por una arista de aquilla.

de : Angulo rectilines del diedo formado por uma

CCC



cara retegonal, con el plano diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquella.

43-8 = Angulo aectilines del diedro formado por una vara triangular y otra octogonal.

98-8 = Angulo rectilines del diedro formado por dos caras estogonales.

S = Superficie

V = Volumen.

PROCESO GRÁFICO - ANALÍTICO

El estudio cealizado de este arquimediano, mos indica que se compone de 8 caras triangulares y 6 caras octogonales; 24 vértices y 36 axistas.

fon cada réctice concurren un trianquelo y des octogonos, todos cequelaces.

Dai pues, tendremos que

ARQUIMEDIANO VIII (1P3 + 2P8); C3 = 8; C8 = 6; V = 24; A = 36

Cálculo de sus magnitudes

Drista "l" del arquimediano

Dato del ejercicio

UNE A4 210



Radio "m" de la circumferencia circumserite al prigono deterrido al unir los extremos de las tre vistas que concernen en un ángulo sólido.

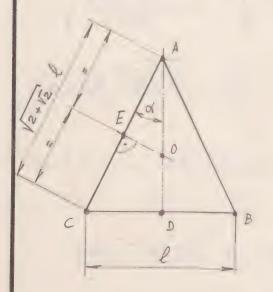


Figura 1

Dicho poligono (fig. 1) es un triangulo isosceles, una bare BC es la arista "l" del arguimediano (lado de la cara triangular), y sus otros dos lados ignales AC = AB, corresponden a la diagonal del octogono de lado "l" que une los extrems de des lados consecutivos.

que esta diagonal, es

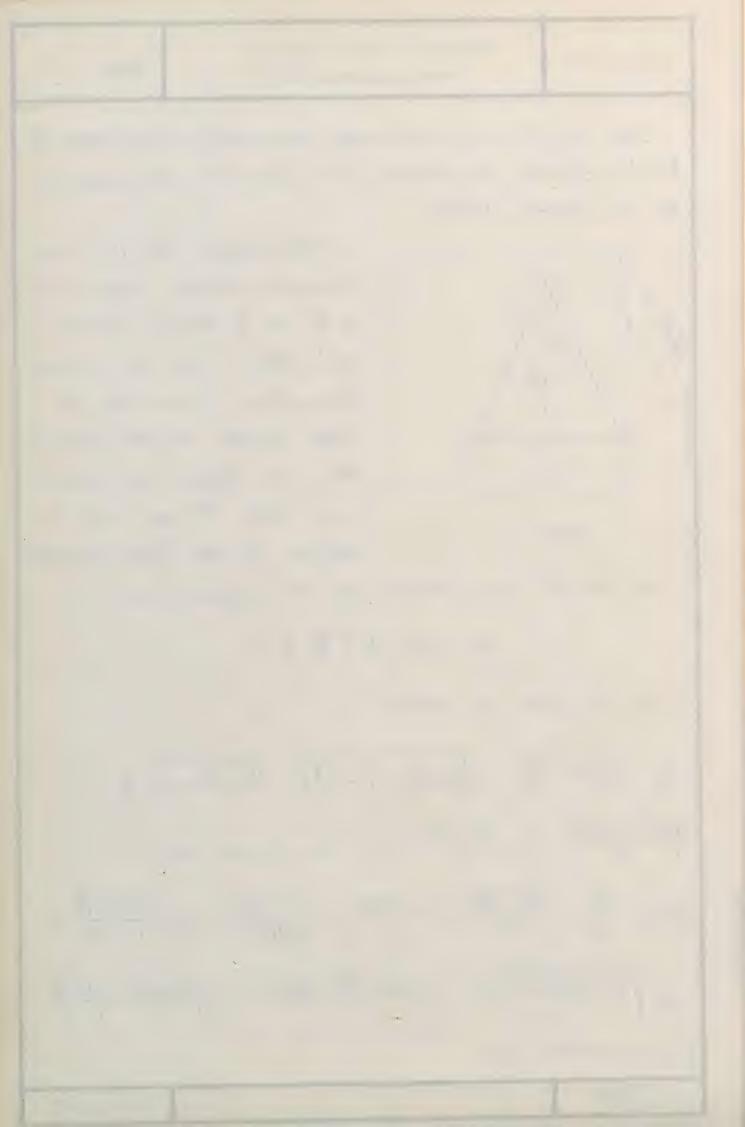
De la figura se deduce:

$$\overline{AD} = \sqrt{\frac{1}{AC^{2}} - \overline{CD}^{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{2} \ell)^{2} - (\frac{\ell}{2})^{2}} = \sqrt{2 + \sqrt{2} - \frac{1}{4}} = \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{8 + 4\sqrt{2} - 1}{4}} = \ell = \frac{\sqrt{7 + 4\sqrt{2}}}{2} \quad \ell ; \quad \text{par lo que rera} :$$

$$cs. \propto = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{7 + 4\sqrt{2}}}{2} \quad \ell : \quad \sqrt{2 + \sqrt{2}} \quad \ell = \frac{\sqrt{7 + 4\sqrt{2}}}{2\sqrt{2 + \sqrt{2}}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{7 + 4\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}} =$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{(7 + 4\sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}{2}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{14 + 8\sqrt{2} - 7\sqrt{2} - 8}{2}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{6 + \sqrt{2}}{2}} = \sqrt{\frac{6 + \sqrt{2}}{8}} =$$



 $\overline{A0} = m = \frac{\overline{AE}}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{(z + \sqrt{2}) \cdot \frac{6 + \sqrt{2}}{8}} = \frac{1}{2} \sqrt{(z + \sqrt{2}) \cdot \frac{6 + \sqrt{2}}{8}} = \frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8(2+\sqrt{2})}{6+\sqrt{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{2(2+\sqrt{2})}{6+\sqrt{2}}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{2(2+\sqrt{2})(6-\sqrt{2})}{34}} \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{12 + 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2}{17}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{2}}{17}} \cdot \ell = 0.95968298.$$

Vara el caso del dibujo, ena: m = 0.95 96 82 11. y 30,92: 29,7 mm

Radio "a" de la esfera circumscrita

Le obtiens aplicando la forante general [1] (ver lan. 33)

$$a = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - m^2}} = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - (\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{2}}{17}} \ell)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{10 + 4\sqrt{2}}{17}}} \times \ell =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{7-4\sqrt{2}}{47}}} \times \ell = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{17}{7-4\sqrt{2}}} \times \ell = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{17(7+4\sqrt{2})}{17}} \times \ell =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{7 + 4\sqrt{2}} \times \ell = \frac{\sqrt{7 + 4\sqrt{2}}}{2} \times \ell = 1.77882360...\ell =$$

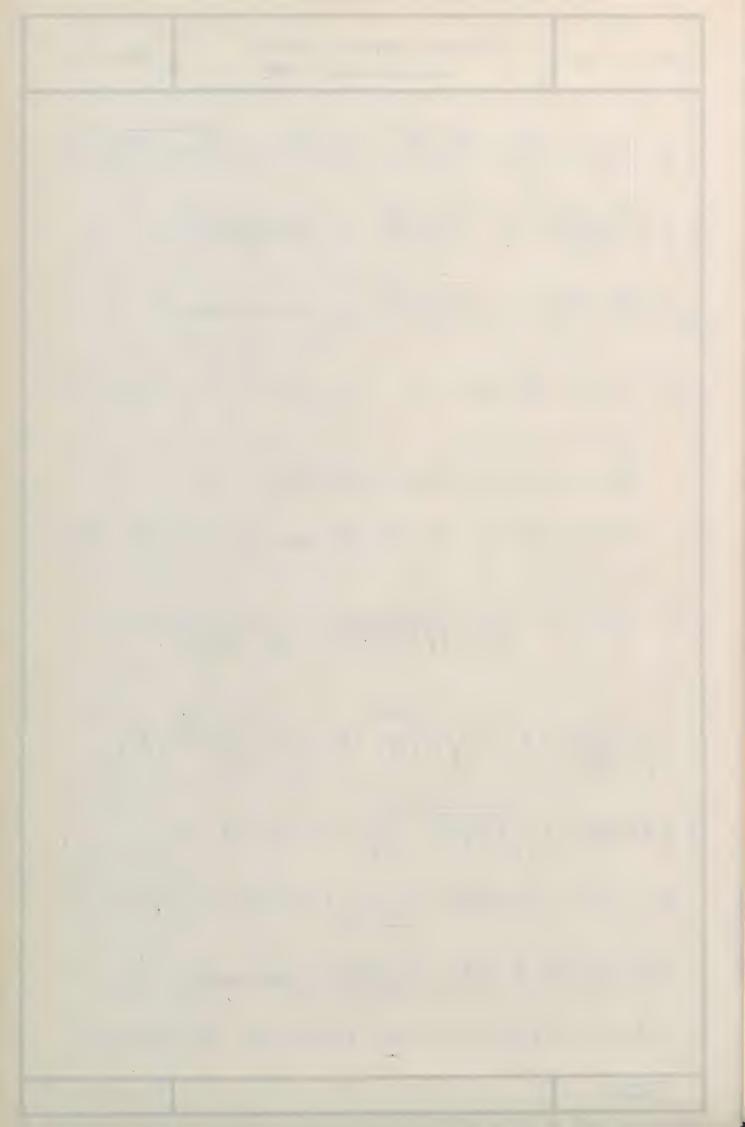
Para el earo del dibujo, serà: a = 55 mm l = 30,92 mm.

Radio "6" de la esfera Tangente a las arista!

Aplicando la l'omnte general [3] (m lan. 33), tendrem ::

2

(=CQ



$$b = \sqrt{a^2 - \frac{0^2}{4}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{37}}}$$

$$b = \sqrt{a^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{7} + 4\sqrt{2}}{2}\ell\right)^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{7}{4} + 4\sqrt{2}} - \frac{1}{4} \rightarrow \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{6+4\sqrt{2}}{b}} \times l = \sqrt{\frac{6+4\sqrt{2}}{2}} \times l$$

$$= \sqrt{\frac{6+4\sqrt{2}}{4}} \times \ell = \frac{\sqrt{6+4\sqrt{2}}}{2} \times \ell = 1, 70.71.26.78... \ell = \frac{(\sqrt{8} + \sqrt{4})}{2} \ell = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \ell$$

Tara el caso del dibujo, será: b = 1,70 71 06 78- × 30,92 = 52,8 m

Padio "de la circumferencia circumscrita a una caca triangular de lato "l"

Le dennestra en geometria, es

$$d_3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \ell = 0,57735027...\ell$$

Para el easo del dibujo, está: d3 = 0,57 73 50 27. x 30.92 = 17.9 mm

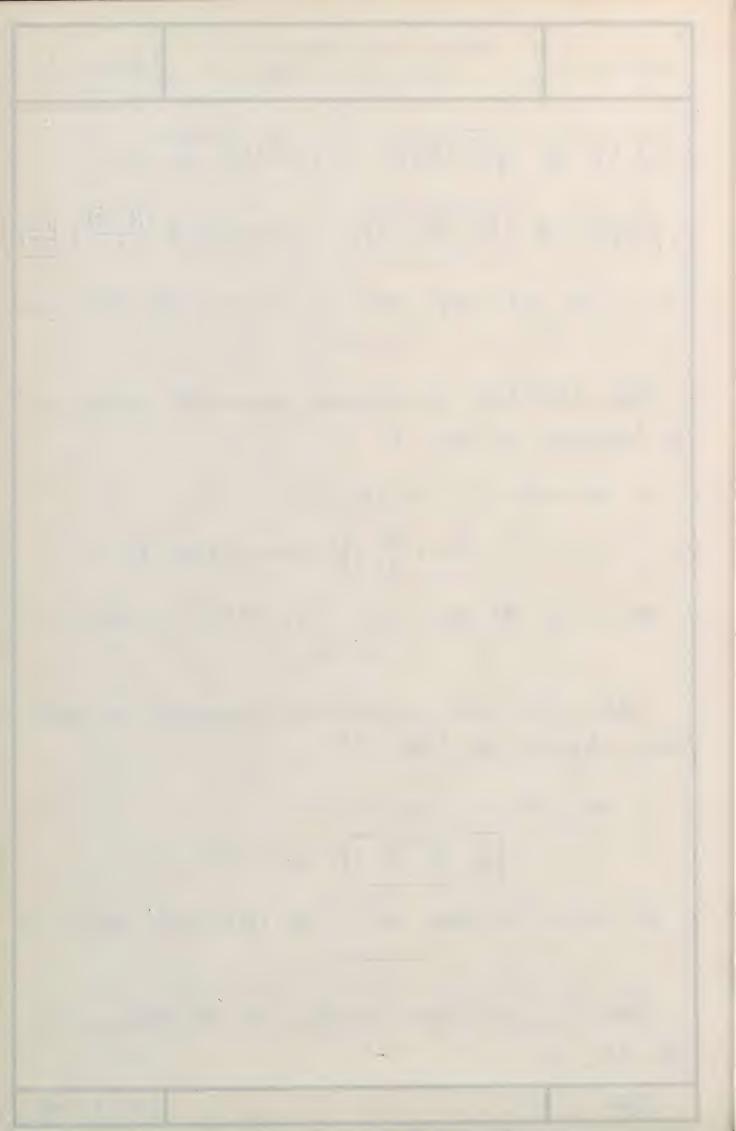
Padis "de la circumferencia circumscrita a una cara octogonal de lado "l"

Le demnestra en geometria, es

$$d_8 = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}} l = 1.30 65 62 96... l$$

Para el caso del dibujo, " serà: d8 = 1,30 65 62 96. x 30,92 = 40,4 nm

Radio "C," de la espera Tanquete a las caras trianquelores



Aplicando la torenula general [2] (ver lam. 33), tentement:

$$C_3 = \sqrt{a^2 - (d_3)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{7} + 4\sqrt{2}}{2}\ell\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\ell\right)^2} = \sqrt{\frac{7 + 4\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{3}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{21 + 12\sqrt{2} - 4}{12}} * \ell = \sqrt{\frac{17 + 12\sqrt{2}}{12}} * \ell = \frac{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}}{2\sqrt{3}} \ell = \frac{\sqrt{\frac{18}{2}} + \sqrt{\frac{16}{2}}}{2\sqrt{3}} \ell = \frac{\sqrt{18} + \sqrt{16}}}{2\sqrt{3}} \ell = \frac{\sqrt{18} + \sqrt{\frac{16}{2}}}}{2\sqrt{3}} \ell = \frac{\sqrt{18} + \sqrt{1$$

$$= \frac{3+2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \ell = \frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{6} \ell = 1,68 \ 25 \ 21 \ 99 \dots \ell$$

Para el caso del dibujo, será: C3 = 1. E8 25 21 99. x 30,92 = 52,0 mm

Radio "Cg" de la esfera tangente a las caras octogonales de lado "l"

Apluando la formula general [2] (ver lan. 33), tendremos:

$$C_8 = \sqrt{a^2 - (d_8)^2} = \sqrt{(\sqrt{7 + 4\sqrt{2}} \ell)^2 - (\sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}} \ell)^2} = \sqrt{\frac{7 + 4\sqrt{2}}{4} - \frac{2 + \sqrt{2}}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \ell$$

$$= \sqrt{\frac{7+4\sqrt{2}-4-2\sqrt{2}}{4}} \times \ell = \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{4}} \times \ell = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{2} \ell = \frac{\sqrt{\frac{4}{2}}+\sqrt{\frac{2}{2}}}{2} \ell = \frac{\sqrt{\frac{4}{2}}+\sqrt{\frac{2}}+\sqrt{\frac{2}}}{2} \ell = \frac{\sqrt{\frac{4}{2}}+\sqrt{\frac{2}}+\sqrt{\frac{2}}}{2} \ell = \frac{\sqrt{\frac{4}{2}}+\sqrt{\frac{2}}+\sqrt{\frac{2}}+\sqrt{\frac{2}}}}{2} \ell = \frac{\sqrt{\frac{4}{2}}+\sqrt{\frac{4}}+\sqrt{\frac{2}}+\sqrt{\frac{4}}+\sqrt{$$

$$= \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \ell = 1, 21 21 06 78... \ell$$

Jara el caso del liberjo, rerà: Cg = 1,212106 78- ×30,92:37,5 mm

Impuls rectilines "2" del direto formado por una cara triangular, un el plaso diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquillo.



Le obtique, en francisse de su tangente, por la formula genenal [5] (ver la ... ??).

$$\frac{1}{7} = \frac{2 c_3}{\sqrt{4 (d_3)^2 - \ell^2}} = \frac{2 \times \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{6} \ell}{\sqrt{4 (\frac{\sqrt{3}}{3} \ell)^2 - \ell^2}} = \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{3\sqrt{4 \times \frac{1}{3} - 1}} = \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{3\sqrt{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{(3\sqrt{3} + 2\sqrt{6}) \times \sqrt{3}}{3} = \frac{9 + 2\sqrt{18}}{3} = \frac{9 + 6\sqrt{2}}{3} = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3} = \frac{5.828427}{2} = \frac{12...}{3}$$

$$\alpha_3 = 80^{\circ} 15' 51.8"$$

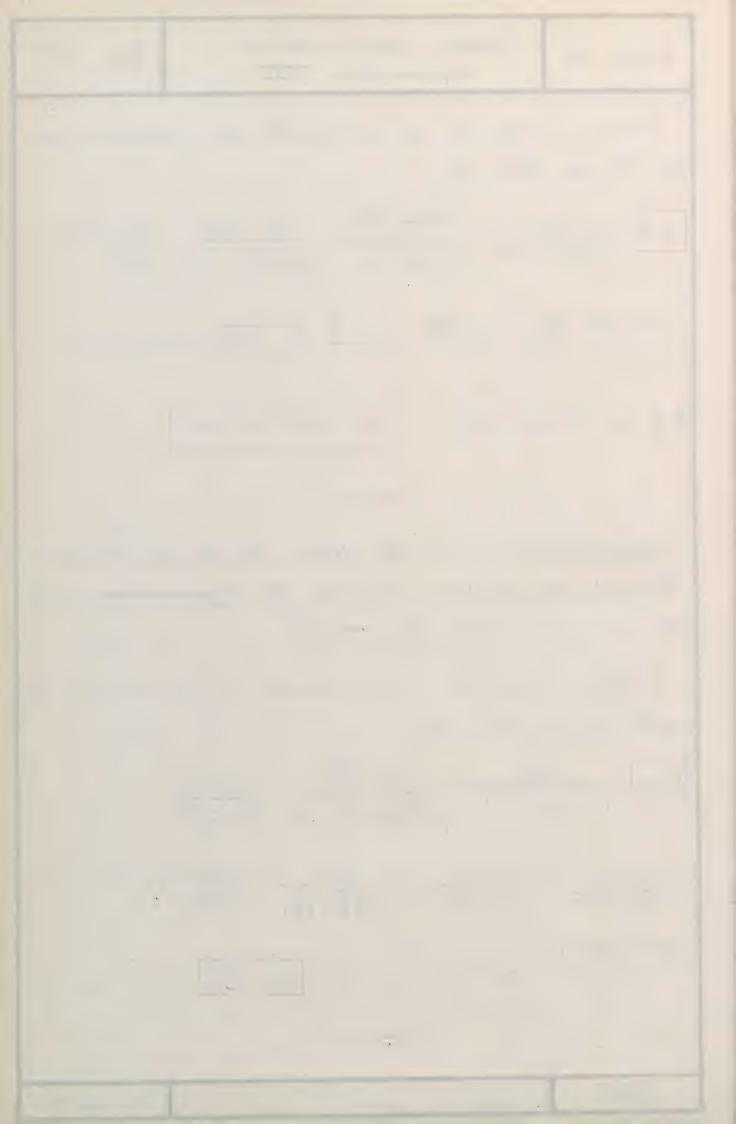
Angulo rectiline " × 8" del diedro formado por una cara octogonal, con el plano dinemetral del arammedia, o ana pasa por una arista de aquella.

de obtiene, en funcion de su tangente, por la finanche que meral [6] (ver lam. 33).

$$\frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{2 c_8}{\sqrt{4 (d_8)^2 - \ell^2}} = \frac{2 \times \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \ell}{\sqrt{4 (\sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}} \ell)^2 - \ell^2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - 1}}$$

$$\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{4+2\sqrt{2}-1}} = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \frac{1+\sqrt{2}}{\left(\sqrt{\frac{4}{2}}+\sqrt{\frac{2}{2}}\right)} = \frac{1+\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}+1\right)} = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{1} = \frac{1}{1} = 1$$



Amouls rections "P3-8" del dietro formado per una

Aplicando la fórmula general [11] (res da ... 33) toutement:

Rude Alterens directament, de la dismente maniera.

$$\frac{1}{\sqrt{1 + 2\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{$$

$$= \frac{4 + 2\sqrt{2}}{-2 - 2\sqrt{2}} = -\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = -\frac{(2 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1)}{1} = -(2\sqrt{2} + 2 - 2 - \sqrt{2}) = -\sqrt{2}$$

ras octogonales regulares

Aplicando la firmula general [4] lore line. 331, tendremos



Ansa lateral S dil an

de compose de la surre de 8 caras tenançales q 6

cons seleganses, ambas regulares q de ignas cado 1:

liendo "de" el maio as la circu-que con circumente
al octorono de la se "l", su apotenna será:

apoterna =
$$\sqrt{\left|d_{s}\right|^{2} - \left|\frac{\ell}{2}\right|^{2}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}\ell\right)^{2} - \frac{\ell^{2}}{4}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{4}} \cdot \ell$$

=
$$\sqrt{\frac{4+2\sqrt{2}-1}{4}}$$
 el = $\sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{2}}$ el area pedide será:

$$S = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{4} l^{2} + 6 \times \frac{8l}{2} \times \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{2} \times l = (2\sqrt{3} + 12\sqrt{3+2\sqrt{2}}) \times l^{2} =$$

$$= \left[2\sqrt{3} + 12\left(\sqrt{\frac{4}{2}} + \sqrt{\frac{2}{2}}\right)\right] \cdot \ell^2 = \left(2\sqrt{3} + 12\sqrt{2} + 12\right) \cdot \ell^2 = 2 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6\right) \ell^2 + 6 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6\right) \ell^2 = 2 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6\right) \ell^2 + 6 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6\right) \ell^2 + 6 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6\right) \ell^2 + 6 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6\right) \ell^2 + 6 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6\right) \ell^2 + 6 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\right) \ell^2 + 6 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\right) \ell^2 + 6 \cdot \left(\sqrt{3} + 6\right) \ell^2 +$$

= 32, 43 46 64 34 l²

Marine V del arquimediano.

Je compone de la suma de 8 pirámides trianqueaces el quelares de lado "1" y altura " C3", y de 6 pirámides octogonales ocegulares de lado "1" y altura "C6" Lu No-lumen será pues:

$$V = 2\sqrt{3} \ell^2 \times \frac{c_3}{3} + 12(\sqrt{2}+1)\ell^2 \times \frac{c_8}{3} = 2\sqrt{3} \ell^2 \times \frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{6\times 3} * \ell +$$

$$+ 12 (\sqrt{2} + 1) \ell^{2} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{2 \times 3} \ell = \left(\frac{9 + 6\sqrt{2}}{9} + 2(\sqrt{2} + 1)^{2}\right) \times \ell^{3} = \left(\frac{3 + 2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{2}\right) \times \ell^{3} = \left(\frac{3 + 2\sqrt{2}}\right) \times \ell^{3} = \left(\frac{3 + 2\sqrt{2}}{3}\right) \times \ell^{3} = \left(\frac{3 + 2\sqrt{2$$

-E2

18 - 4 - 73

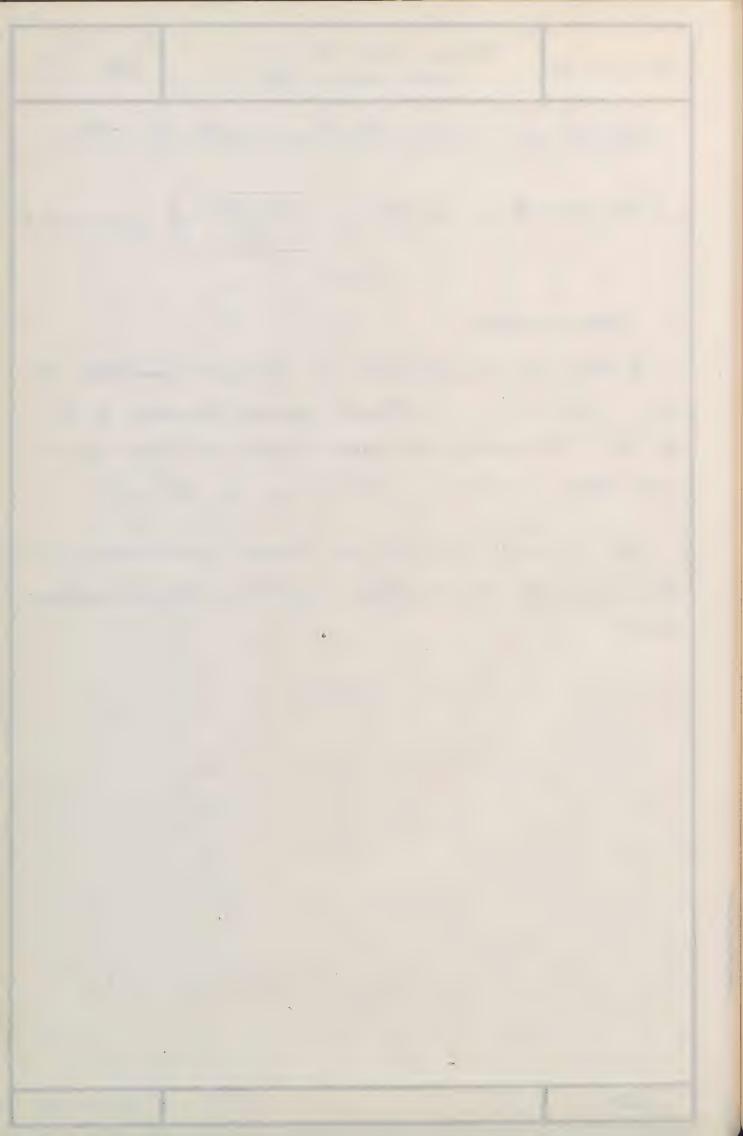


$$+\frac{6(\sqrt{2}+1)^{2}}{3}\ell^{3} = \frac{3+2\sqrt{2}+6(\sqrt{2}+1)^{2}}{3}\ell^{3} = \frac{3+2\sqrt{2}+6(2+1+2\sqrt{2})}{3}\ell^{3} = \frac{3+2\sqrt{2}$$

FIGURA CORPOREA

Le obtiene por el acoplamients de 8 trivingulos equilatera de la - la 1 = :0,9 mm g 6 octogonos regulares, también de la - do "l". El acoplamiento deberá hacerse de forma que en cada vértice concurran 2 octogonos g un triangulo.

tan assumids 1. resultados analíticos ottenidos anterior-



CUADRO SINÓPTICO

Magnitud	Valor exacto	Valor dacimal aproximado
a	$\frac{\sqrt{7+4\sqrt{2}}}{2}\ell$	1. 77 88 24l
Ь	2 + V2 2	1.70 71 07 l
C ₃	3 V3 + 2 VE P	1. 68 25 92l
C8	<u>√2 +7</u> ℓ	1, 21 21 07
d_3	<u>√3</u> ℓ	0, 57 73 50 8
d ₈	$\sqrt{\frac{2+12}{2}}$ f	1, 30 65 63l
m	V 10 + 4 V2	0, 95 96 83l
- × ₃	to x3 = 3+2 VZ	73 = 5,82 84 27 43 = 80° 15' 51,8"
×g	tg 2 = 1	≪ ₈ = 45°.
43-8	to 43-8 = - VE	73.8 = - 1.41 42 14 43.8 = 125° 15' 51.8"
48-8	to \$ 8-8 = >	P8-8 = 90°
S	2 (V3 + 6 V2 + 6) {2	32, 43 46 64 l ²
V	$\frac{7(3+2\sqrt{2})}{3}$ ℓ^3	13. 59 96 63 l³



PROCESO GLÁFICO - ANALÍTICO

Después del calculo de las magnitudes principales, vanns a insule, su la lavina 10, a la representación quáfica del Arquimediano VIII.

Para su trasado cros valdremos de cotas calculadas por las fóremulas anteriores, y de procesos gráficos.

Con este objets, calculamos presiamente las signientes magnitudes:

lVIII = Dato del ejercicio = 30,9 mm

a = 1.77 88 24 ... × 30,92 = 55.0 mm

b = 1.70 71 07 -- * 30,92 = 52.8 mm

C₃ = 1,68 25 92 --- * 30.92 = 52,0 mm

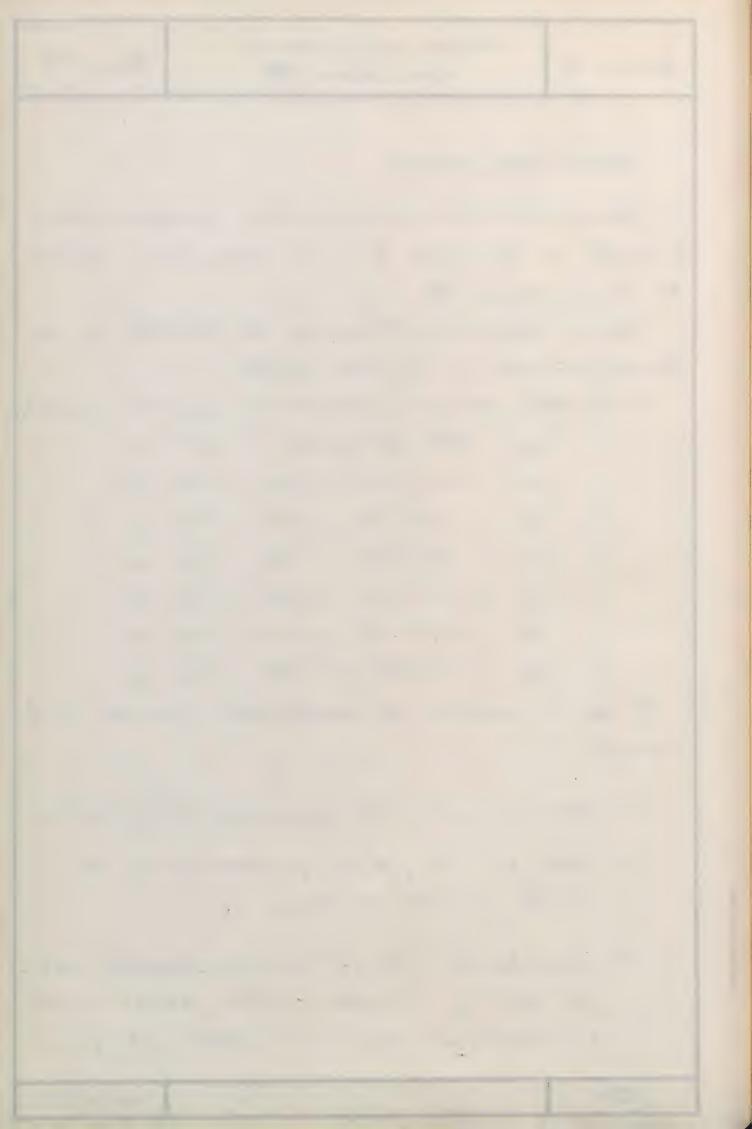
C_R = 1, 21 21 07 ... × 30,92 = 37,5 mm

d3 = 0, 57 73 50 ... × 30,92 = 17.9 11 m

d₈ = 1,30 65 63... × 30,92 = 40,4 mm

signiente:

- 1º Lituar el centro 0, de coordenadas 0 (72, 72, 85) mm.
- 2º Dibujar en I, II g III, las proyecciones de la esfera circumscrita, de radio α = 55,0 mm.
- 3° Representar en I. II g III las caras octogonales supecior 1 al 8 g la imperior 17 al 24, empuesto el polietro colocado con dichas caras paralelas a II, y un

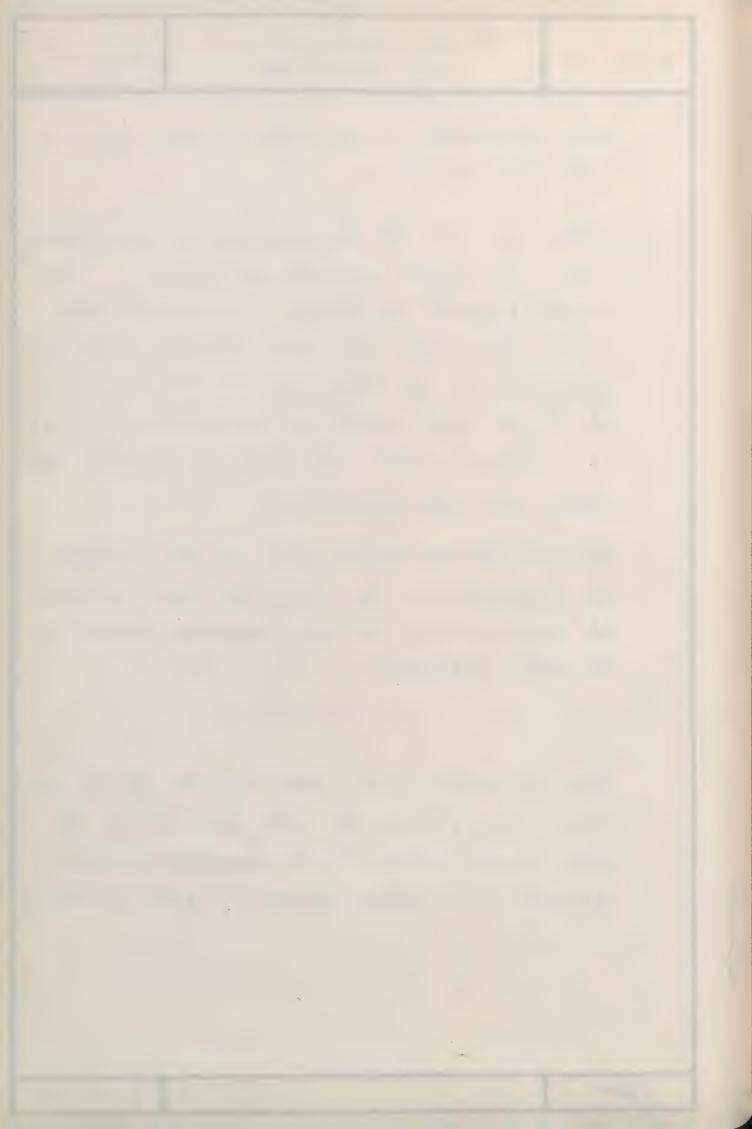


lado perpendicular a I (utilicese le cota "cg" en I
J III, y la dg en II).

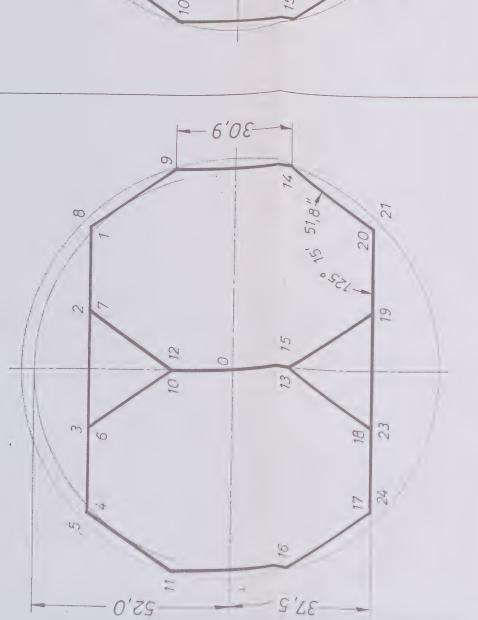
10 - 15, 11 - 16 g 12 - 13, perpendiculares a II, que en esta proyección se reducer a un punto cada una; estos puntos son vertices de un madrado, prolongación de los lados 3-4, 5-6, 7-8, 1-2 (en II). En I g III didas aristas son perpendiculares a los ejes x e y respectivamente y aus extremos equidistan del plano diametral paralelo a II.

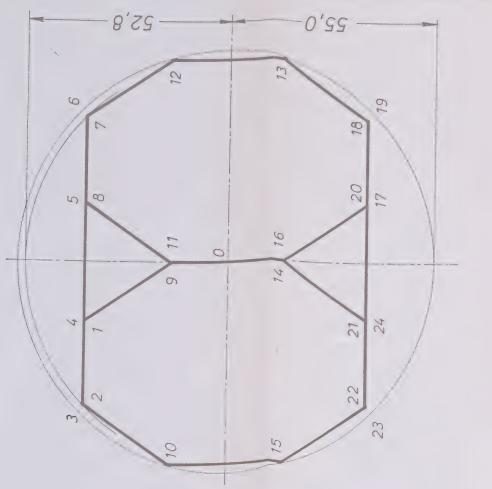
las representaciones en I, II. g III del menicionado arquimediano, con una ordenada unión de lo vértices obtenidos.

Como comiprobación del trasado, obsérvese que los vértices 9, 11, 14 9 16 en II, g los 10, 12. 13, 15 en III, deben quedas situados en los respectivos contornos aparentes de la esfera-circumsenta (nadro a: 55,0 mm)



Z+





ARQUIMEDIANO VIII

7 +

0

 \times

00	9	= 24	36	+ 2 P
 ري	ى	>	A	<u>C</u>
caras triangulares	de caras octogonales	de vértices	aristasa	Número de caras de un ángulo sólido
de	Q	de	de	de
Número de	Número	Número	Número	Número

ENUNCIADO

Representar por el método gráfico-VIII, en el que en cada vértice concurren un triángulo equiláte-I, II y III, el ro y dos octógonos regulares. analítico, en los planos Arquimediano

30,9 SU La longitud de su lado es de milímetros y las coordenadas de centro 0, son 0 (72,72,85) mm.

es-Ū Dibujar en formato A3v y cala 1:1.

1+

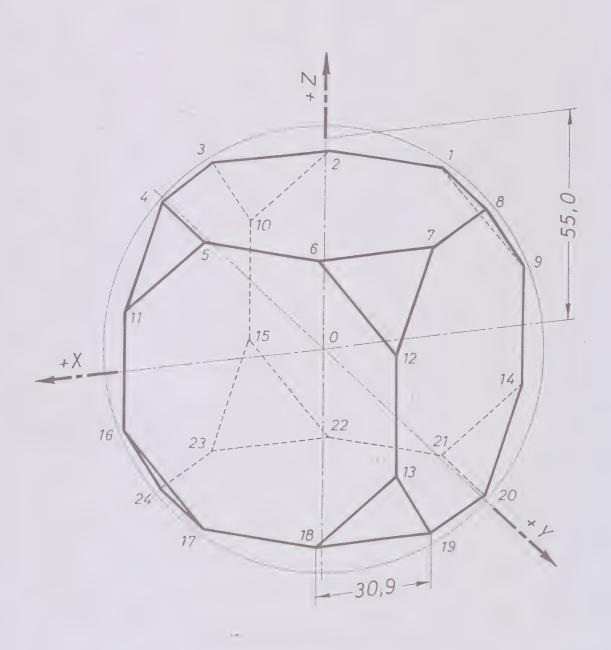
	0 4
	2000
23	30,9
2	24,04

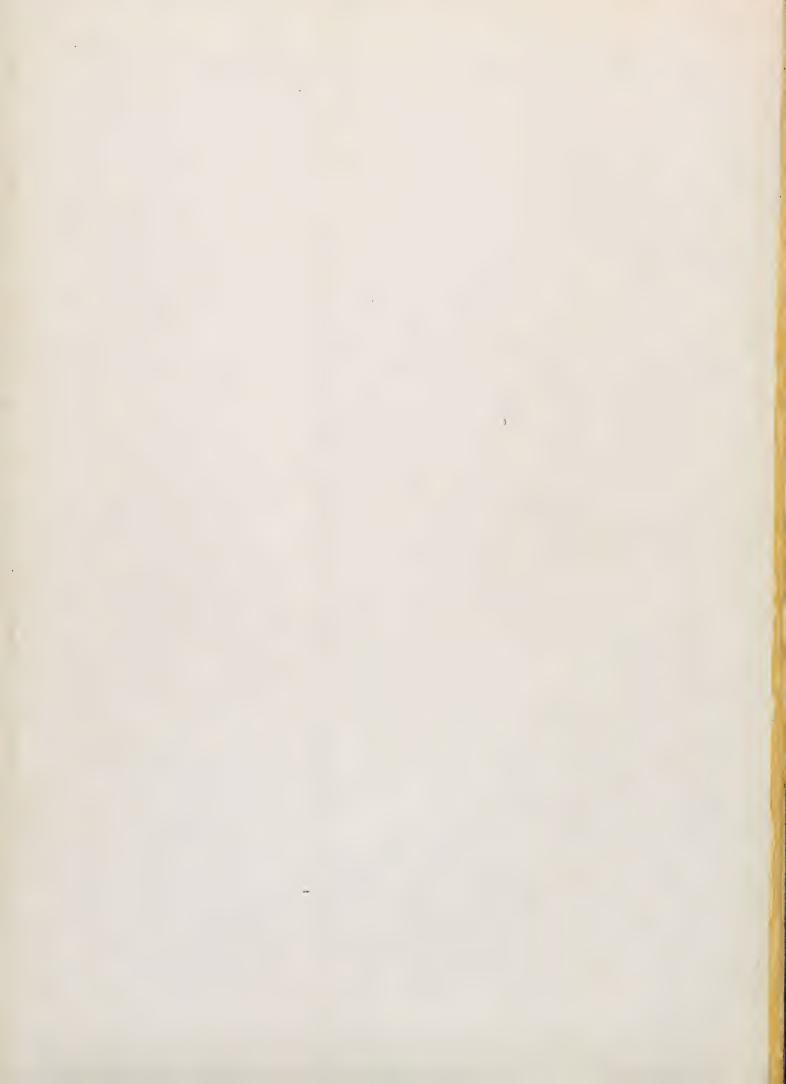
Propuesta De entregada Califi- Escuela cación (firma)	Curso		Arquimediano VIII
Fecha:	Alumno:	Escala	

Lámina 40

Curso 19 - 19







41

ENUNCIADO

Representar por el mitodo gráfico-amalítico, en los pares I, II q III, el Argeninamo IX, en el que en cada rértice concurren un triangulo equilatero q des decagonos regulares.

La longitud de su lado es de 18,5 mm, y las coordenadas de su centro 0, son (72, 72, 85) mm.

Dilenjar en formats 12 v g a escala 1:1.

DATOS 0 (72, 72, 85) mm $\ell_{TS} = 18.5$ m m

UNE A4 210 X 297



CONSIDERACIONES PREVIAS

Sequiremo, en el estudio de este arquimediano, las diacctaires o formulas generales plantado: en el "Inquimediano I (lam. 33).

En el caso particular que mos ocupa, determinaremos las magnitudes signientes:

l: Arista del Sagueraciones IX (dato del ejercicio).

a: Radio de la esfera circumscrita.

b = Radio de la esfera tangente a las aristas.

C3 = Radio de la esfera tanquela a las caras trianquelares.

En: Radio de la esfera tangent a las caras decagonales.

d3 = Radio de la circumferencia circumscrita a una caaa taiangulas.

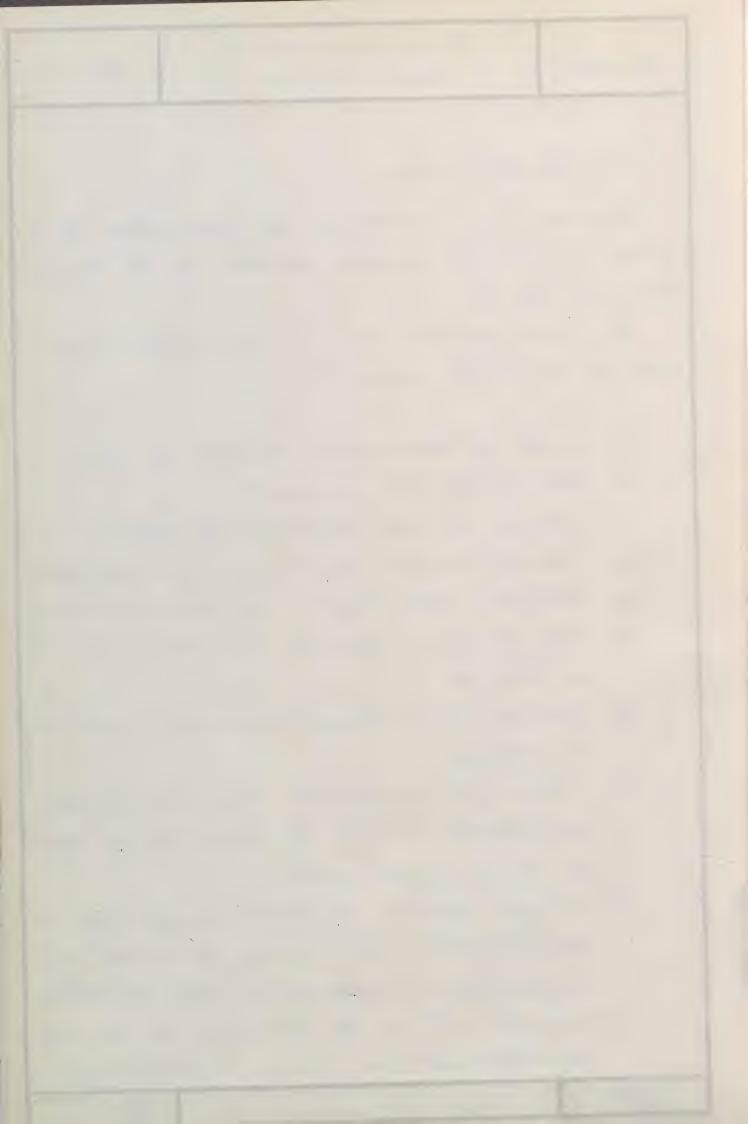
do: Radio de la circumferencia circumscrita a una cava decagonal.

m : Radio de la circumferencia circumscrita al poligono obtenido al unir los extremos de las aristas de un angulo solido.

do = Angulo actilines del diedro formado por una cara trianquilar, con el plano diametral del aquiella.

do = Angulo cectilines tel diedro formado por una cara decagnal, un el plano dia estal del as-





quimediano que pasa por una prista de aquella.

13-10 = Augulo cectilines del diedro formado por una cara triangular y otra decagonal.

4,0.10 = Angulo rectelines del diedes formado por dos caras decagonales.

S = Luperficie

V - Volumen.

PROCESO GRÁFICO - ANALÍTICO

El estudio realizado de este arquimediano, mos indira que se compone de 20 caras brianquelares y 12 caras de cagonales; 60 vértices y 90 aristas.

En cada virities concueren un triangulo y dos decagonos, Todos regulares.

Asi pues, tendremos que

ARQUIMEDIANO IX (1 P3 + 2 P10); C3 = 20; C0 = 12; V=60; A=90

Cálculo de sus magnitudes

Arista "l" del argumediano

Dato del ejercicio





Radio "m" de la circumferencia circumecrète al poligomo obtenido al come los extremos de las tres aristes que concurren en un angulo sólido.

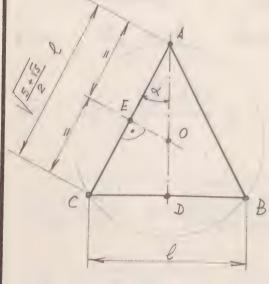


Figura 1

Dicho poligono (fig. 1), es un triangulo isosceles, cruya base BC es la arista "l" del arquicomediano (lado de la cara triangular), y sus otros dos lados iguales AC = AB, corresponden a la diagonal del decagono de lado "l" que une los esctremos de dos lados consecutivos.

Le demnestra en Jeometria que el lado "l'i" de me decagono aequilar, inscrito en ma circumferencia de radio "R", tiene el valor de

$$\ell_{10} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} R$$

[1]

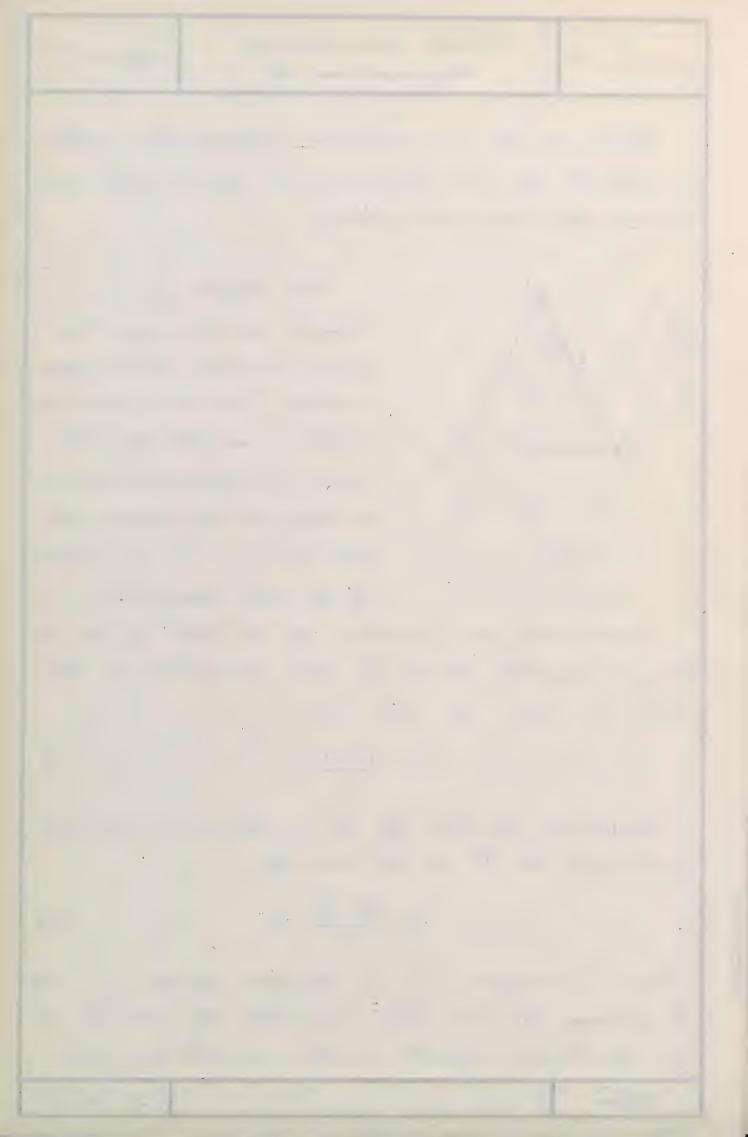
Ignalmente, el lado "lo" de un pentagono regular, en función de "R" es a ou ves

[2]

Como la diagonal de un decagono regular que une los extremis de dos lados consecutivos del mismo, es un pentagono regular, ambos inscritos en una

TS.

22 - 4 - =3



misma circumferencia, tendremos que [2]

y sustitue gends "R" por su voder obtenido de [1], en la que los = l, tendremos

$$\overline{AC} = \overline{AB} = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2} = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \ell = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(5-\sqrt{5})}{(\sqrt{5}-1)^2}} \ell = \sqrt{\frac{2(5-\sqrt{5})}{5+1-2\sqrt{5}}} \times \ell = \sqrt{\frac{2(5-\sqrt{5})}{6-2\sqrt{5}}} \times \ell = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} \times \ell = \sqrt{$$

$$= \sqrt{\frac{(5 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})}{4}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{15 - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 5}{4}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{4}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \cdot \ell$$

De la figura ce deduce:

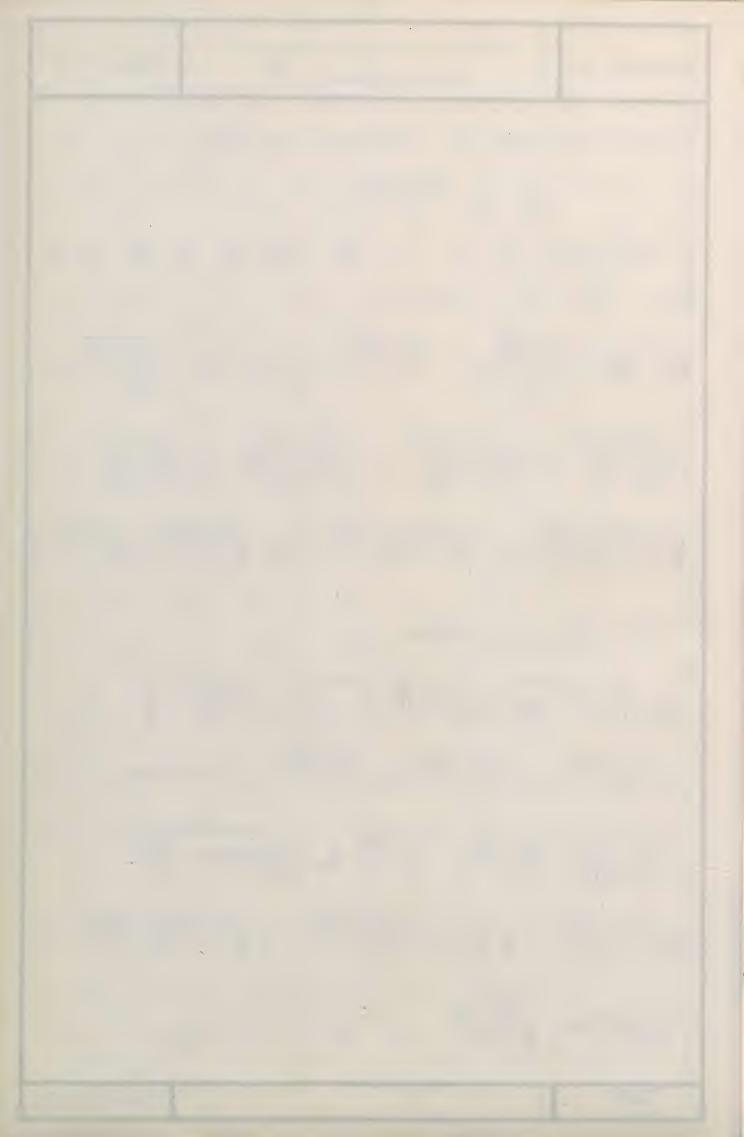
$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CD}^2} = \sqrt{(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}\ell)^2 - (\frac{\ell}{2})^2} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{4}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5} - 1}{4}} \times \ell = \sqrt{\frac{9 + 2\sqrt{5}}{4}} \times \ell = \sqrt{\frac{9 + 2\sqrt{5}}{2}} \times \ell \quad \text{pr lo que será}.$$

$$cos \ \alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{9+2\sqrt{5}}}{2} l^{-} : \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} l = \frac{1}{2} \sqrt{(9+2\sqrt{5})} : \frac{5+\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{(9+2\sqrt{5})} : \frac{5+\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{(9+2\sqrt{5})} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{(9+2$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2(9+2\sqrt{5})}{5+\sqrt{5}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2(9+2\sqrt{5})(5-\sqrt{5})}{20}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{45+10\sqrt{5}-9\sqrt{5}-10}{10}}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{35+\sqrt{5}}{10}}=\sqrt{\frac{35+\sqrt{5}}{40}}$$
 en consecuencia



$$\overline{AO} = m = \frac{\overline{AE}}{COO d} = \frac{AC}{2 COO d} = \sqrt{\frac{5+15}{2}} \ell : 2 \sqrt{\frac{35+\sqrt{5}}{40}} =$$

$$= \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} : \frac{35 + \sqrt{5}}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{(5 + \sqrt{5}) \times 10}{(35 + \sqrt{5}) \times 2}} \times \ell = \sqrt{\frac{5 (5 + \sqrt{5}) (35 - \sqrt{5})}{35^2 - 5}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{5 \times 35 + 35\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 5}{35 \times 7 - 1}} \times \ell = \sqrt{\frac{170 + 30\sqrt{5}}{244}} \times \ell = \sqrt{\frac{85 + 15\sqrt{5}}{122}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{5(17+3\sqrt{5})}{122}} * \ell = 0.98572190... \ell$$

Para el caso del dibujo, sera: m = 0.98 53 31 9 × 18.53 = 18.3 1. m.

Radio "a" de la esfera circumscrita

Le obtiene aplicando la formula general [1] (ver lam. 33)

$$a = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - m^2}} = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - (\sqrt{\frac{5(17 + 3\sqrt{5})}{122}}\ell)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{5(17 + 3\sqrt{5})}{122}}} * \ell = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{5(17 + 3\sqrt{5})}{122}}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{132 - 85 - 15\sqrt{5}}{122}}} \times \ell = \frac{1}{2\sqrt{\frac{37 - 15\sqrt{5}}{122}}} \times \ell = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{122}{37 - 15\sqrt{5}}} \times \ell =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{122 \times (37 + 15 \sqrt{5})}{37^2 - 15^2 \times 5}} \times \ell = \sqrt{\frac{122 \times (37 + 15 \sqrt{5})}{244}} \cdot \ell = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{37 + 15 \sqrt{5}}{2}} \times \ell = \frac{$$

Para el caso del dibujo, serà: a = 55,0 mm l. 18,52 195 = 18,53 mm

300

22 - 4 - 72



Radio "6" de la esfera tangente a las aristas

Le obtiene aplicando la formula general [3] (ver lam. 33).

$$b = \sqrt{a^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8}}, \ell\right)^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8} - \frac{1}{4}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5} - 2}{8}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{35 + 15\sqrt{5}}{8}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{5 \cdot (7 + 2\sqrt{5})}{8}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{5}{8}} \cdot \sqrt{7 + 3\sqrt{5}} \cdot \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \left(\sqrt{\frac{45}{16}} + \sqrt{\frac{25}{16}}\right) \times \ell = \left(\frac{3\sqrt{5}}{4} + \frac{5}{4}\right) \ell = \left(\frac{3\sqrt{5} + 5}{4} \times \ell\right) = \frac{3\sqrt{5} + 5}{4} \times \ell = \frac{3\sqrt{5} +$$

= 2,92 70 50 98... &

Para el caso del dibujo, serà: b = 2,9270 52 98. x 18,52 = 54.2 m m

Radio "d3" de la circumferencia circumscrite a una cara triangular

Le demnestra en Jeonetria, es:

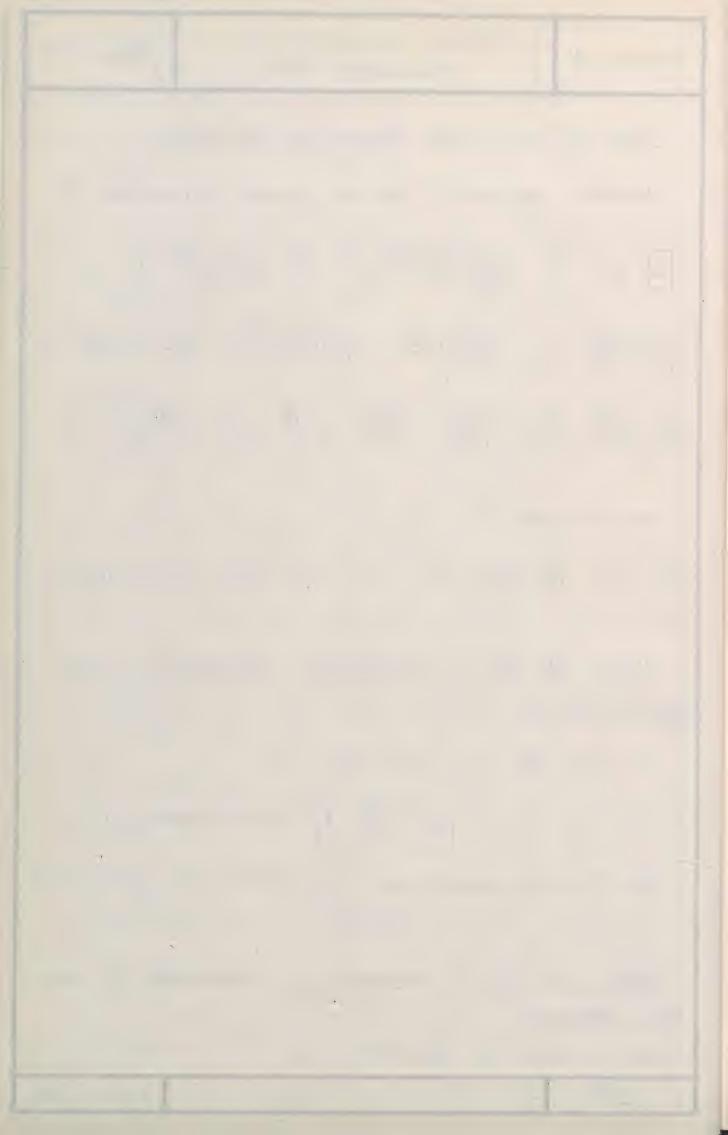
$$d_3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \ell = 0,57735027...\ell$$

Para el aso del dibujo, cerà: d3 = 0, 57.73 50 29.. x 18,53 = 10.7 mm

Radio "do de la circumferencia circumscrita a una

cara decagonal

Le denmestra en Geometria, es:



$$d_{10} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \ell = 1.61 80 33 99... \ell$$

Para el caso del dibujo, sera: dio: 1. 01 80 32 79- × 18.53 = 30.0 mm.

Radio "Cz" de la esfera tangente a las caras trianquelacces de lado "l".

Aplicando la foronnela general [2] (ver lan. 33),

$$C_3 = \sqrt{a^2 - (d_3)^2} = \sqrt{(\sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8}} \times \ell)^2 - (\frac{\sqrt{3}}{3}\ell)^2} = \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8} - \frac{1}{3}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{111 + 45 \sqrt{5} - 8}{24}} \times \ell = \sqrt{\frac{103 + 45 \sqrt{5}}{24}} \times \ell = \frac{\sqrt{103 + 45 \sqrt{5}}}{\sqrt{24}} \times \ell = \frac{\sqrt{\frac{125}{2}} + \sqrt{\frac{81}{2}}}{\sqrt{24}} \ell = \frac{\sqrt{125} + \sqrt{\frac{81}{2}}}{\sqrt{24}} \ell = \frac{\sqrt{103 + 45 \sqrt{5}}}{\sqrt{24}} \times \ell = \frac{\sqrt{125} + \sqrt{\frac{81}{2}}}{\sqrt{24}} \ell = \frac{\sqrt{125} + \sqrt{\frac{1$$

$$= \left(\sqrt{\frac{125}{48}} + \sqrt{\frac{81}{48}}\right) \ell = \left(\frac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{3}} + \frac{9}{4\sqrt{3}}\right) \ell = \left(\frac{5\sqrt{5} + 9}{4\sqrt{3}}\right) \ell = \frac{5\sqrt{15} + 9\sqrt{3}}{12} \ell = \frac{5\sqrt{15} + 9\sqrt{3$$

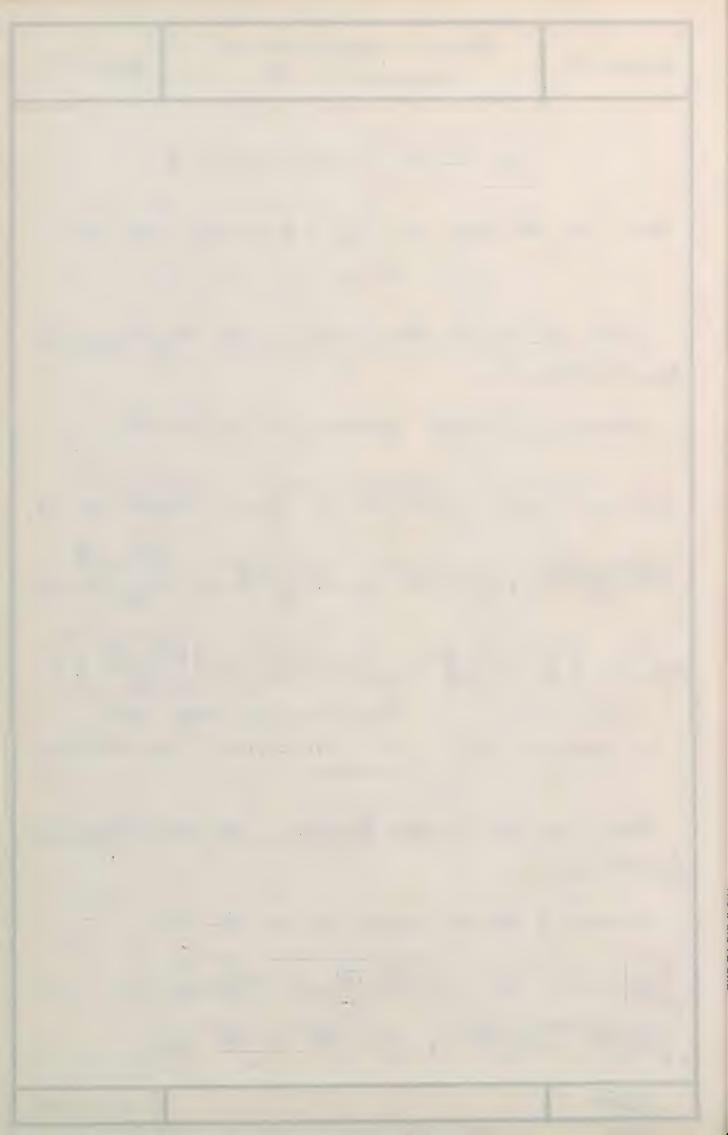
Para el caso del dibujo, serà:

Radio "C10" de la esfera tompente a las caras decagonales de la do "l"

Aplicando la formula general [2] (ver lam. 33),

$$C_{10} = \sqrt{a^2 - (d_{10})^2} = \sqrt{(\sqrt{\frac{27 + 15\sqrt{5}}{8}} \times \ell)^2 - (\frac{\sqrt{5} + 1}{2} \ell)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8}} - \frac{5 + 1 + 2\sqrt{5}}{4} = \ell = \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8}} - \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} \times \ell$$



Lamina 41

Poliedros arquimedianiss Arquimediano IX

Oloja " &

$$= \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5} - 12 - 4\sqrt{5}}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2, 48, 98, 98, 3... \ell$$

Para el caso del dibujo, cera: C10 = 2, 48 98 98 3. x 18,53 = 16,1 mm

Angulo rectélines "X3" del diedo formado por una cara trianquelos, con el plano diametral del arquinediano que pasa por una arista de aquella.

Le obtiene, en función de su tangente, por la fóramula gemeral [5] (vor lam. 33).

$$\frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{2 c_3}{\sqrt{4} (d_3)^2 - \ell^2} = \frac{2 \times \frac{5\sqrt{15} + 9\sqrt{3}}{12} \ell}{\sqrt{4 \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\ell\right)^2 - \ell^2}} = \frac{5\sqrt{15} + 9\sqrt{3}}{6\sqrt{4 \times \frac{1}{3} - 1}}$$

$$= \boxed{\begin{array}{c} 5\sqrt{5} + 9 \\ 2 \end{array}} = 10, 09 01 69 95 \dots$$

Angulo rectilines "x10" del diedro formado por una cana decaçonal, con el plano diametral del arquimedro. no que para por una arista de aquille.

Le obtiene, en funcion de su tangente, par la formula general [6] (ver lan. 33).

(2)

22 - 4 - 7.



Poliedros arquimedianos. Arquimediano IX

There as 9

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \propto_{10} = \frac{2 C_{10}}{\sqrt{4 (d_{10})^2 - \ell^2}} = \frac{2 \sqrt{\frac{25 + 11 \sqrt{5}}{8}} \times \ell}{\sqrt{4 (\frac{\sqrt{5} + 1}{2} \ell)^2 - \ell^2}} = \frac{\sqrt{\frac{25 + 11 \sqrt{5}}{8}} \times \ell}{\sqrt{4 \times \frac{(\sqrt{5} + 1)^2}{4} - 1}}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{2}}}{\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2 - 1}} = \frac{\sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{2}}}{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{2(5 + 2\sqrt{5})}} = \sqrt{\frac{(25 + 11\sqrt{5})(5 - 2\sqrt{5})}{2(25 - 20)}}$$

$$= \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5} - 50\sqrt{5} - 110}{10}} = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{10}} = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{3 + \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}}$$

$$=\sqrt{\frac{5}{4}}+\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}=1.61803399...$$

Angulo accidence "13.10" del dudro formado por una cara trianquelas o cha decaganal, ambas requisees.

Aplicando la formula general [4], (ver lan. 33)

$$\frac{|\psi_{3-10}|}{|y_{3-10}|} = |x_3| + |x_{10}| = |z_4|^{\circ} |z_0|^{\circ} |z_4| + |z_0|^{\circ} |z_0|^{\circ}$$

Puede obtenerse directamente de la signiente manera:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5} + 9}{2} + \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1$$



$$= \frac{6\sqrt{5} + 10}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{3\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{4(3\sqrt{5} + 5)}{4} = \frac{34 + 14\sqrt{5}}{4} = \frac{4 - 34 - 14\sqrt{5}}{4} = \frac{-30 - 14\sqrt{5}}{4}$$

$$= -\frac{2(3\sqrt{5}+5)}{15+7\sqrt{5}} = -\frac{2(3\sqrt{5}+5)(7\sqrt{5}-15)}{49\times5-15^2} = -\frac{2(105+35\sqrt{5}-45\sqrt{5}-75)}{20}$$

$$= \frac{30 - 10\sqrt{5}}{10} = \boxed{-(3 - \sqrt{5})} = -0.76393202...$$

$$=-(-(3-\sqrt{5}))=3-\sqrt{5}=0.76393302...$$
 de donde

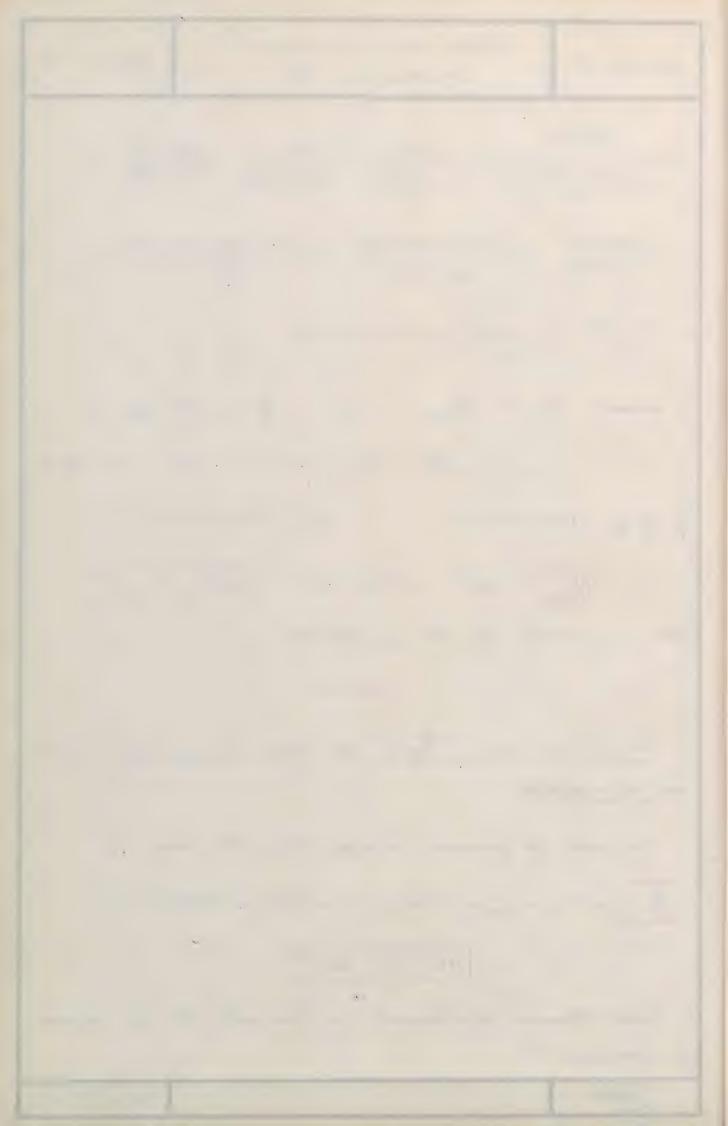
valor coincidente con el ye iblimido

Lugulo cectilines "10-10" del diedro formado por dos ca-

Aplicando la formula general [4] (ver lam. 33)

$$\left[\varphi_{10-10} \right] = \alpha_{10} + \alpha_{10} = 2 \alpha_{10} = 2 \alpha \left(58^{\circ} 16' 57.7'' \right) =$$

Lude Menerse directamente su tangente. de le ciquie. te manera:



$$t_{9} = t_{9} = t_{10-10} = t_{9} = t_{10} = t$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 1}{\frac{1}{4} - 6 - 2\sqrt{5}} = \frac{4(\sqrt{5} + 1)}{-2 - 2\sqrt{5}} = \frac{4(\sqrt{5} + 1)}{2(\sqrt{5} + 1)} = \boxed{-2}$$

y haciendo
$$x_0 = \pi - 4$$
 será

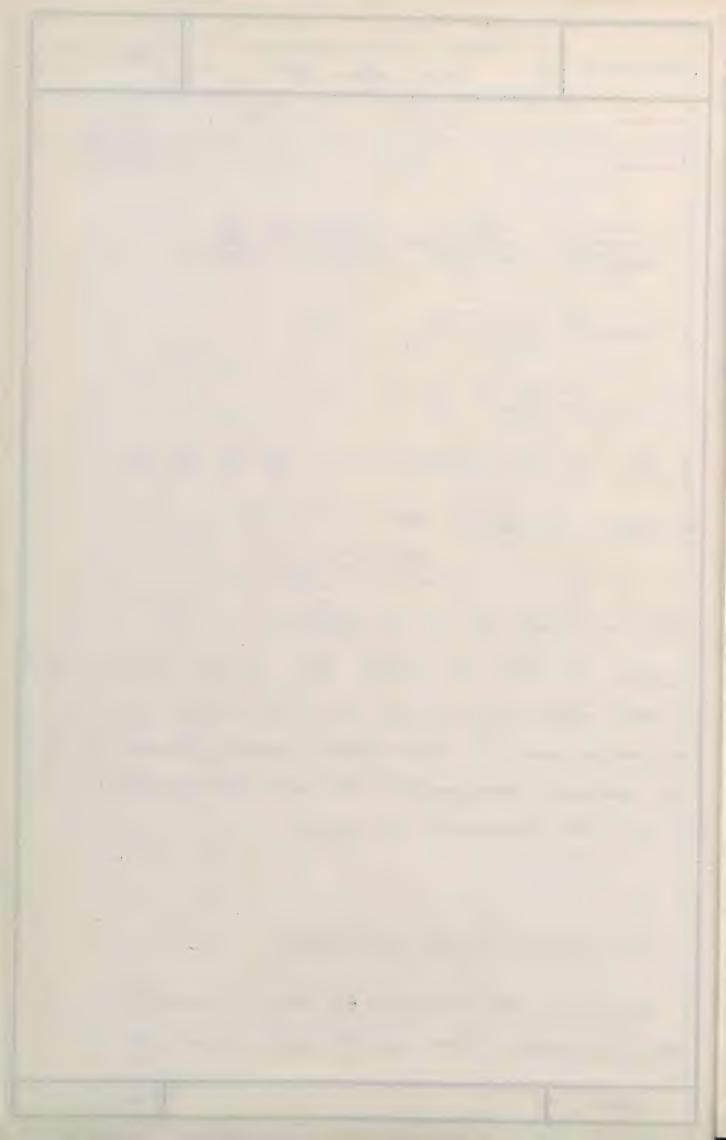
valor esincidente con el ya obtenido

NOTA. - El valor del diedro 900-10 es el cuismo que el del dedecaedre regular per lam. 4, form. 34) lo mal me indica que este arquar ediano puede deterrerse de dicho dodecaedro correspondiendo las caras pentagonales de este con las decagonales de aquel.

Drea lateral "S" del arquime diano

Le compone de la suma de 20 caras trianquelares y 12 caras decagonales, ambas rugulares y de ignal rado "l"

59



Lamina 4!

Polistes arquientanos IX

(Kr. " 12

dio "do" de ou circumferencia circumserita, seré:

$$k = \sqrt{(d_{10})^2 - (\frac{\ell}{2})^2} = \sqrt{(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\ell)^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{(\frac{\sqrt{5}+1})^2 - \frac{1}{4}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{5+1+2\sqrt{5}}{4}} - \frac{1}{4} \times \ell = \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}-1}{4}} \times \ell = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2} \times \ell$$

y el aixa éateral "S", sera:

$$S = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \ell^{2} + 12 \times \frac{10 \ell}{2} \times \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \times \ell = \left(5\sqrt{3} + 30\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}\right) \ell^{2} = \frac{10 \ell}{2} \times \frac{10 \ell}{2} \times \frac{10 \ell}{2} \times \frac{10 \ell}{2} \times \ell = \frac{10 \ell}{2} \times \frac{10 \ell}{2} \times$$

$$= (8.66025404..+92,33050590) l^2 = 100,99075994...l^2$$

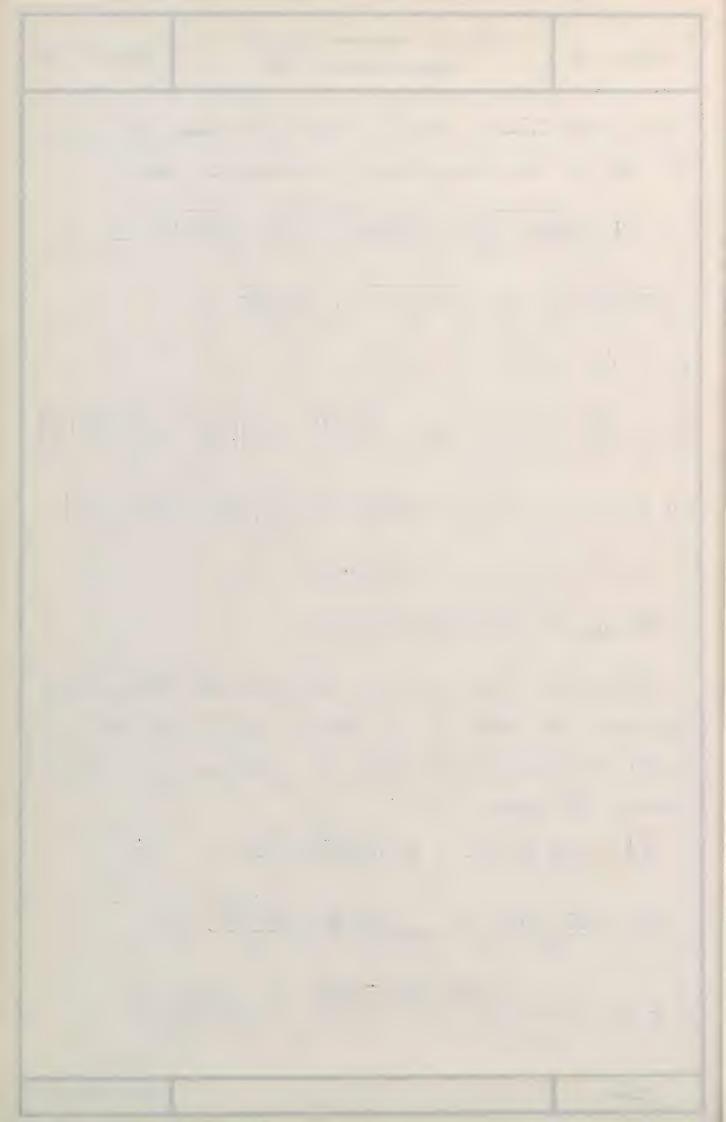
Volumen "V" del arguimedians

de la coma de 21 peramedes trions relates regulares de lado "l" g altura "C3", g de 12 pirámides de caganales de lado "l altera "C10". La Nolumen rerá pues:

$$V = 5\sqrt{3} \ell^2 \times \frac{C_3}{3} + 30\sqrt{5 + 2\sqrt{5}} \ell^2 \times \frac{C_{10}}{3} =$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{3} \times \frac{5\sqrt{15} + 9\sqrt{3}}{12} \ell^3 + 10\sqrt{5 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{8}} \ell^3 =$$

$$= \left[\frac{5}{36} \left(15 \sqrt{5} + 27 \right) + 10 \sqrt{\frac{(25 + 11 \sqrt{5})(5 + 2\sqrt{5})}{8}} \right] \cdot \ell^{3} = \left[\frac{5(5\sqrt{5} + 9)}{12} + \frac{1}{12} \right]$$



$$+ 5 \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5} + 50\sqrt{5} + 110}{2}} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{25\sqrt{5} + 45}{12} + 5 \sqrt{\frac{325 + 105\sqrt{5}}{2}} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{25\sqrt{5} + 45}{12} + 5 \sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{47 + 21\sqrt{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{25\sqrt{5} + 45}{12} + 5 \sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{47 + 21\sqrt{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{25\sqrt{5} + 45}{12} + 5 \sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{47 + 21\sqrt{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{25\sqrt{5} + 45}{12} + 5 \sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{47 + 21\sqrt{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{25\sqrt{5} + 45}{12} + 5 \sqrt{\frac{5^2 \times 3^2}{2^2}} \sqrt{47 + 21\sqrt{5}} \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{25\sqrt{5} + 45}{12} + 5 \sqrt{\frac{5^2 \times 3^2}{2^2}} \sqrt{47 + 21\sqrt{5}} \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{25\sqrt{5} + 45}{12} + \frac{35\sqrt{5}}{2} + \frac{75}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{25\sqrt{5} + 45 + 210\sqrt{5} + 450}{12} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{495 + 235\sqrt{5}}{12} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{25\sqrt{5} + 45 + 210\sqrt{5} + 450}{12} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{495 + 235\sqrt{5}}{12} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{85}{12} \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{85}{12} \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{3}{$$

FIGURA CORPÓREA

Le obtience por el assplanmento de 20 trianquelos equilateros, de lado l = 18,5 mm, g 12 decagonos regulares de ignal lado. El acoplanmento deberá hacerse de
forma que en cada vértice concurran 2 decagonos q un
triangulo.

En el cuadro sinóptico que damos a continuación, estan resumidos los resultados analíticos obtenidos anterior-



CUADRO SINÓPTICO

Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximado
d	V 37 + 15 V5	2, 96 94 49 8
Ь	3 V5 + 5 f	2, 92 70 51l
C_3	5 VI5 + 9 V3	2, 91 27 81l
- C ₁₀	$\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{8}}\ell$	2, 48 98 98 l
d ₃	<u>√3</u> ℓ	0,57 73 51
010	<u>V5 +1</u> 2	1,61 80 34 6
m	$\sqrt{\frac{5*(17+3\sqrt{5})}{122}}$ ℓ	0, 98 57 22 {
∢3	tg d3 = 5 1/5 +9	tg. $<_3 = 10,090170$ $<_3 = 84°20'24,4"$
×10	$tg \propto_{90} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$	tg $\alpha_{10} = 1.618034$ $\alpha_{10} = 58^{\circ} 16' 57.1"$
43-10	tg 43-10 = - (3-V5)	tg $Y_{3.10} = -0.76 39 32$ $Y_{3.10} = 142° 37' 21.5"$
Y10-10	tg 4,0-10 = -2	$\varphi_{10-10} = 116^{\circ} 33' 54.2''$
S	$(5\sqrt{3} + 30\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}) \ell^2$	100, 99 07 60 22
V	495 + 235 V5 12	85, 03 96 65 l ³



PROCESO GRÁFICO- ANALÍTICO

Después del calculo de las magnitudes principales, vanes a proceder en la lamina il, a la representación gráfica del Arquimediano IX.

Para su trasado ours valdremos de cotas calculadas por las formulas auteriores, de procesos gráficos y de cotas complementarias, cuyo cálculo efectuaremos posterioremente. Echas las magnitudes las obtendremos en función del lado "l_{IX}" del arquimediano, mya longitud es de 18,5 mm.

Con este objeto, calculomos prenamente las signientes magnitudes:

la = Dato del efercicio = 18,5 mm

a = 2,96 94 49 -- × 18,5 = 55,0 mm

b = 2, 92 70 51 -- x 18,5 = 54,2 mm

C3 = 2, 9/ 27 81 ... x 18,5 = 54,0 mm

C10 = 2, 48 98 98 --- x 18,5 = 46,1 mm

d3 = 0,57 73 51 -- x 18,5 = 10.7 mm

do = 1, 61 80 34 -- × 18.5 = 30,0 mm

Antis de presente al tracado gráfico, observemos en la lamima 41 que la prospección del arquimediano en el plano II, presenta una forma muy requelas que facilita motablemente su trasado.

Las propiedades geométricas de ella, son:

1) bas caras l'al 10 g 51 al 60, son decagonos regnelares coincidentes, de lado "l" y radio "do" de su



accumperencia circumscrita.

- 2) Dos reintices 11 al 15 g 46 el 50, lo son de otro de caigomo regular de vértices alterna dos con el anterior; el nadio de su circumferencia circumscrita es el "T,".
- decagones regular, de lados paralelos al autrior; el radio de su circumferencia circumscrita es el "52".
- 4) Los virtices 21 al 30 g 31 al 40 forman un poligono, mo regular, que es el contorno aparente de la peoyección sobre II del arquimediano. Dieho poligono
 esta inscrito en una circumferencia de radio "13".

 bos lados 22-23, 24-35, 26-27, 28-39, 30-21, así como
 los 32-33, 34-35, 36-37, 38-39 g 40-31, tienen la longitud "l" de la arista, por ser todas parelelas a II;
 las aectas que unen sus puntos medios con el centro 0, son coincidents con las que unen los virtices
 16 al 20 g 41 al 45, con el cuismo centro.

Las propiedades auteriores permiteu el trasado immediato de la progrecion total del arquinediano de el
plano II, calculando previamente los radios "5,", "52" 2

Teniendo presente lo expuesto, el orden de operaciones del trasado gráfico (lan. 41), es el signiente:



1º Lituar el centro 0, de coordenadas 72, 72, 85 mm.

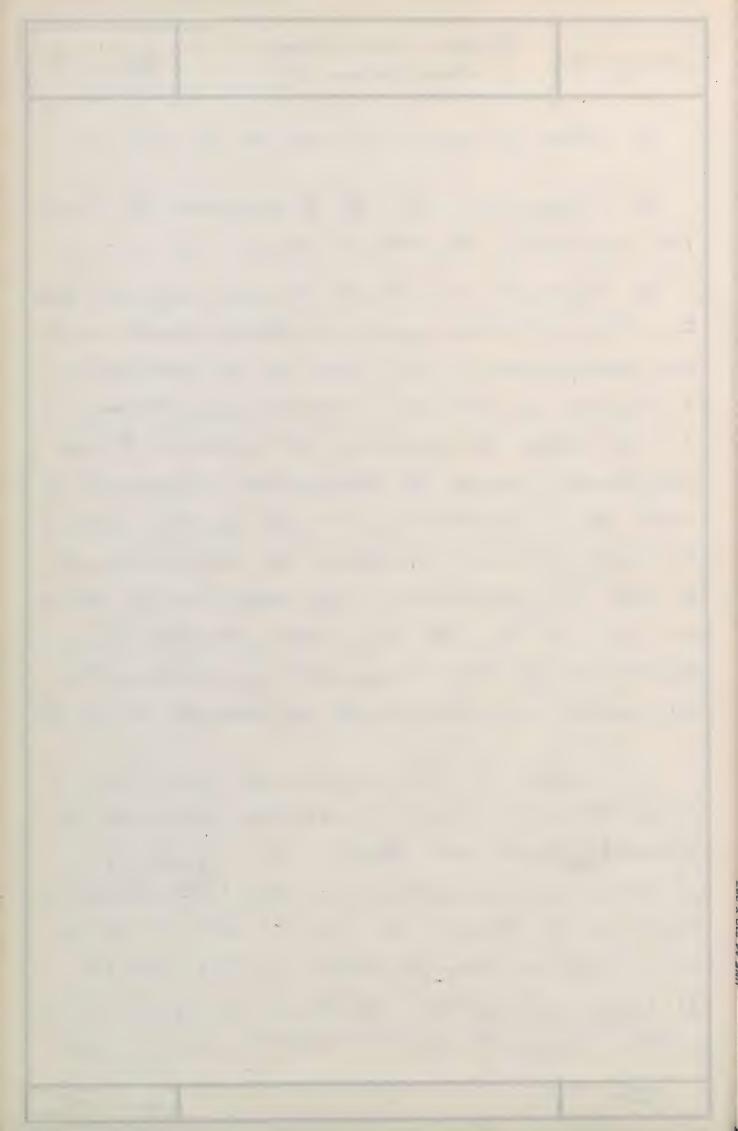
L'a librijar en I, II y III las projecciones de la esfera circumscrita, de radio 55 mm.

3° Representar en I. II q III las caras decagonales opus tas 1 d 10 q 51 al 60, supuesto el polisdro cilotado con dichas caras paralelas a II q uno de sus lados (1-2 en la superior q 51-52 en la inform) perpendiculares a I. Para obtener las projecciones de ambas en II (son usincidentes), dibujar la corcumferencia circumsenta de aadio "dio" q dividirle en 10 partes ignales; unicudo los puentos de división se obtendos un dicagones regular de lado "l" (compostación). Las projecciones de dichas de lado "l" (compostación).

L' Completar en II, la projección del arquimediano, y mocider (terriendo en cuenta las propiedades enunciados el principio) y proceder como sique y centro OI,)

a) Eracar uma circumferencia de radio "r," y dividirla en 10 partes ignales, tomando como origen el vértice 48; estos puntos de división mos darán los vértices 11 al 15 y 46 al 50.

b) Tracar uma regunda circumferencia, de ignal centro y radio "5", que se dividirá también en 10 partes ignales



tomando como origen el vertice 12; estos puntos de division mos daran los ventices 16 al 20 g 41 el 45.

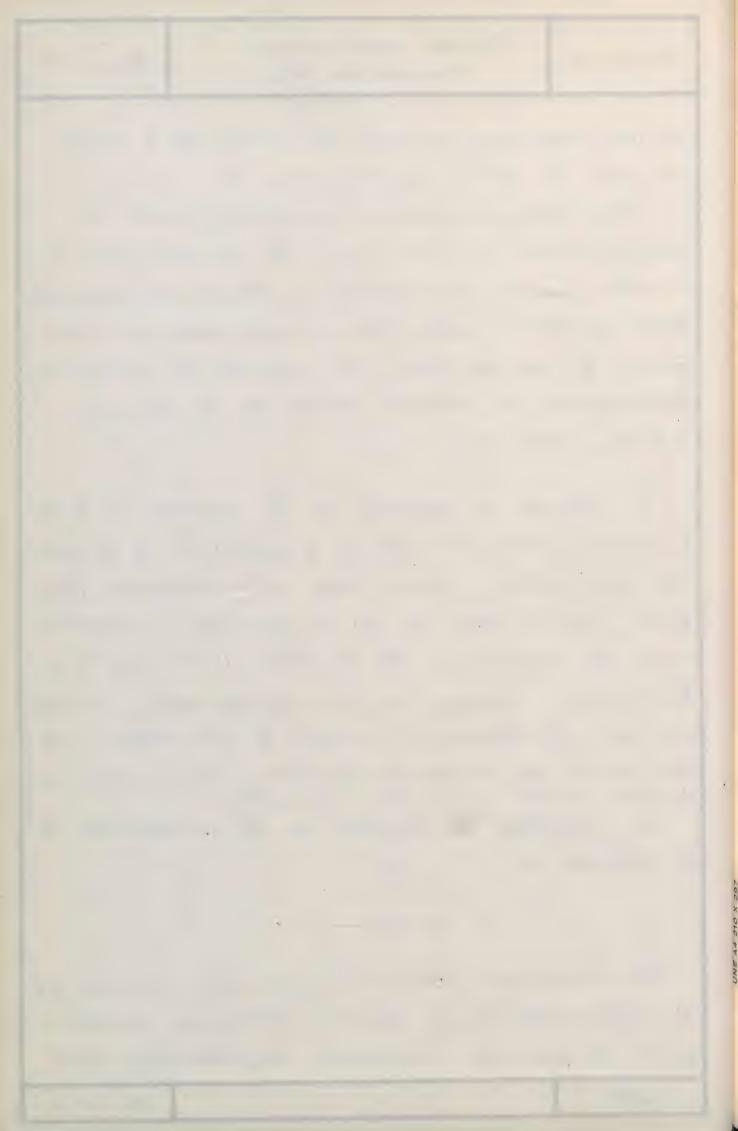
c) Trasar otra circumferencia de centro 0 p radio "13"; unio los vértices 16 al 20 g 41 al 45, con el centro O (esto nadio pasaran por in ventices we obtavided 11 at 15 g 46 at 50). Erasar paralelas a ambo lados de cara radio, a la ditaucia =, que al cortar a la circumferencia anterir nos determinarair les restantes vértices de esta projección, as 21 al 30 g 31 al 40.

50 Obtenida la projección en II, completaremes la de I, trasando presiamente por 0, y equidistantes de el, paralelas hacia arriba y hacia abajo, a las distancias f. 2, 12:2 1 12:2, sobre las que se encontraran respectiónmente las proyecciones de les vértices 11 al 15, 46 al 50 en las primeras, 16 al 20, 41 al 45 en las regundas, g 21 al 30, 31 al 40 en las terceras. La posición de estor vertices as istiene de la II, (compretar que le reticer 12. 18. 22 28 estain vine el contorno a parente de la esfera circumscrita).

6° Completar la prospección en III, auxiliandore de

las obtenidas en I g II.

Come compretación y mecesario aqueda para el tracado gráfico dado anteriormente, vamos a determinar analiticamente las signientes magnitudes complementos que



daran mayor exactitud a dicho trasado.

Altura "n" de una cara trianquelar

Le dennuestra en Geometria, es

$$n = \frac{\sqrt{3}}{2} \ell = 0.86 \text{ so } 25 \text{ 4...} \ell$$

Apotenia "k" de ma cara decagonal

Lu valor, deducido auteriormente (ver paig. 12), es

$$k = \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \ell = 1,53 \ 28 \ 41 \ 76... \ell$$

Distancia "g," de los réctices 11 al 15 al plans de la cara dedecagonal 1 al 10, y de los réctices 46 al 50 a la cara decagonal 51 al 60

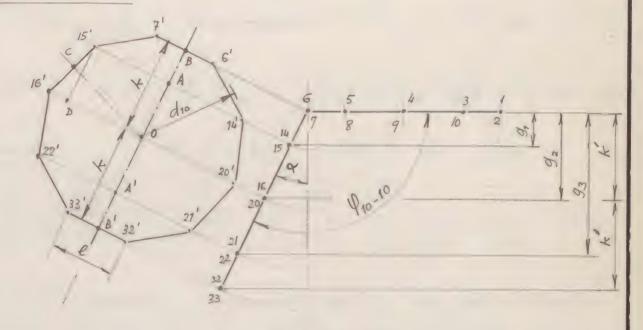


Figura 2



Censiderenos (fig. 2) la cara superior decaganal 1 al 10

y la contigua (tambicia decaganal) 6-14-20-21-32-33-22-16-15-7,

proyectadas ambas sobre el plano I (ver lam. 41). Por ser la

planor de ambas, perpendientores a I, sus perpendientos serán

segmentos rectilineos que forman entre se un augulo 910-10,

que es el del diedro de ambas caras. Lupongamos rebatida

sobre el plano del dilujo la cara 6-14-... 15-7, tomando

como charnela la projección rectilinea, can lo cual obtene
mos la verdadera magnitud 6'-14'... 15'-7' de dicho

polígeno.

"9,", "92" g "93" consiste en proyectar dos regmentos carrespondientes BA, BO, BA' selve el plano III, siendo "d" el angulo de proyección, anyo valor es

 $\alpha = \frac{4}{10-10} - \frac{\pi}{2}$ pero siendo to $\frac{\pi}{2}$ $\frac{4}{10-10} = -2$ (ver estudio

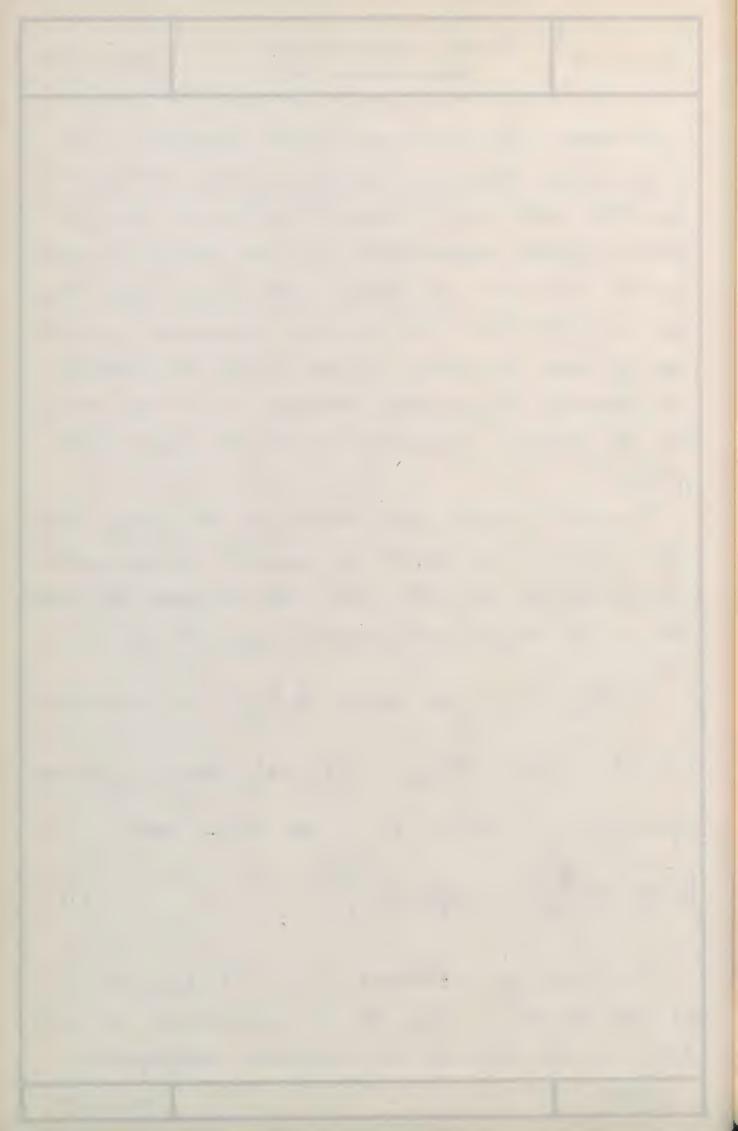
auterior), será $t_{\overline{z}} = t_{\overline{z}} \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = -ct_{\overline{z}} \times t_{\overline{z}} + cou-$

signiente et, x = 2, - por lo que per à

 $|\cos x| = \frac{ct_5 x}{\sqrt{1 + ct_5^2 x}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 2^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Li en la figura 2, trasansor por 0, la perpendicular al lado 15'-16', y por 15' la perpendicular al radio 0-16', ce nos formaran des trianqueles rectangueles

J. J.



0-C-16' 2 15'-D-16' que son remejantes (tienen un anquelo aquelo comin), por lo que se verificara que

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{0-16'}} = \frac{15'-D}{15'-16'}$$
 de dande $15'-D = \overline{AO} = \frac{(15'-16') \times \overline{OC}}{(0-16')} = \frac{15'-D}{15'-16'}$

$$= \frac{\ell \times k}{d_{10}} = \left(\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}\ell : \frac{\sqrt{5+1}}{2}\ell\right) \times \ell = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5+1}} \times \ell =$$

$$= \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}} \times (\sqrt{5}-1)}{4} \ell = \frac{\sqrt{(5+2\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)^2}}{4} \ell = \sqrt{\frac{(5+2\sqrt{5})(6-2\sqrt{5})}{16}} \cdot \ell =$$

$$=\sqrt{\frac{(5+2\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}{8}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{15+6\sqrt{5}-5\sqrt{5}-10}{8}} \ell = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}} \ell$$

De la figura 2, se déduce que

$$\overline{BA} = \overline{BO} - \overline{AO} = k - \overline{AO} = \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \ell - \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}} \ell = (\frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} - \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}}) \ell$$

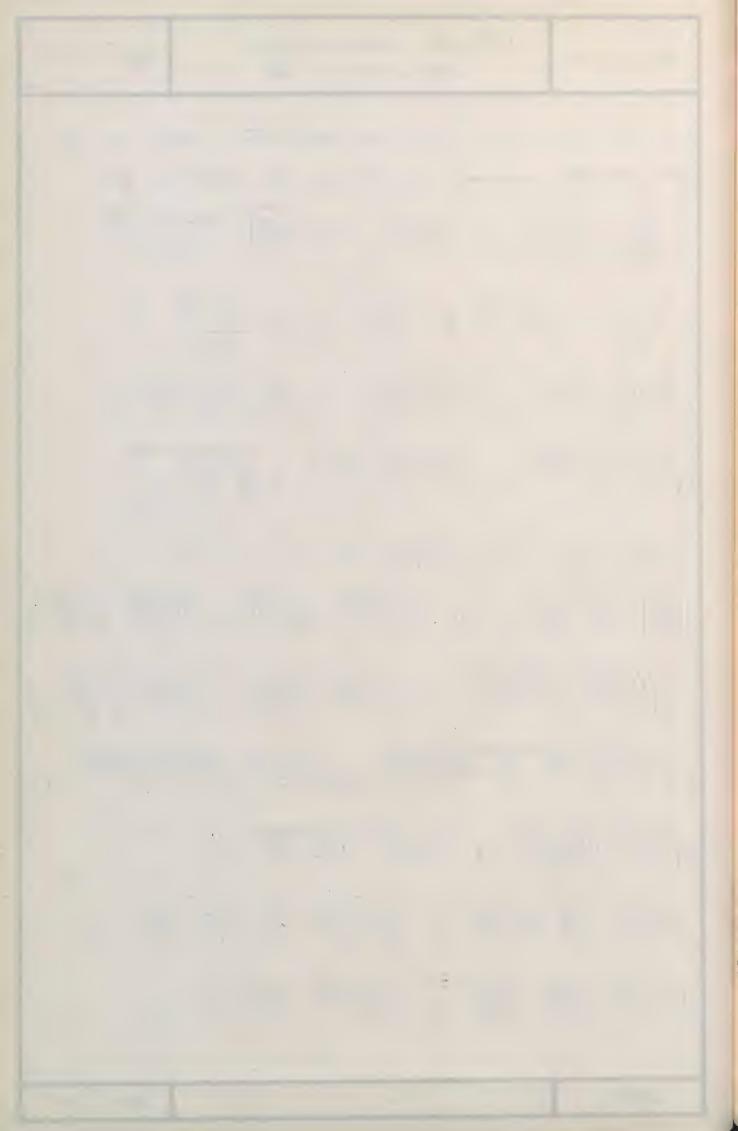
$$= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{5}}{2} - \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}}\right)^{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{4} + \frac{5 + \sqrt{5}}{8} - 2 \times \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \times \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}} \times \ell$$

$$= \sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5} + 5 + \sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{(5 + 2\sqrt{5})(5 + \sqrt{5})}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5}}{8}} = \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5} + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{25 + 10\sqrt$$

$$= \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{35 + 15\sqrt{5}}{8}} = \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5(7 + 3\sqrt{5})}{8}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \sqrt{7 + 2\sqrt{5}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{5}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} + \sqrt{\frac{5}{8}} \times \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{9}{8}} \times \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{9}{8}} \times \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} \times \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} \times \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} \times \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8}} \times \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{\frac{9}{8$$

$$= \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{45}{16}} - \sqrt{\frac{25}{16}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \frac{3\sqrt{5}}{4} - \frac{5}{4} = \ell = \ell$$



$$= \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \times \ell$$

de la misma figura 3, se d'auce tambien que

$$\overline{BA'} = \overline{BO} + \overline{AO} = k + \overline{AO} = \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \ell + \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}} \ell = l' \underline{argments}$$
 to mismus.

pres de BA, con el cambio de signo de - en +) =

$$= \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{8} + \frac{3\sqrt{5}}{4} + \frac{5}{4}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} + 10}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{8}} \times \ell$$

Con les resultades anteriores, podremos obtener les valores de "g,", "g," y "g3", que seran cespectivamente

$$g_1 = \overline{BA} \times 200 \times = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}} \times \ell \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{5} \times \sqrt{\frac{5(5-\sqrt{5})}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{2^2 \times 5(5-\sqrt{5})}{5^2 \times 8}} \ell = \frac{2}{5^2 \times 8}$$

$$\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}$$
, $\ell = 0.5257311....\ell$

Para el caro del dibajo, rera: 9, = 0,52 57 31 1-x 18,5 = 9,7 m m

$$g_2 = \overline{80} \times 200 \times 2 = k \cdot 200 \times 2 = \sqrt{5 + 2\sqrt{5}} \ell \times 2\sqrt{5} = 2 \times \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \ell = \sqrt{5} = \sqrt{60} = \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$= \frac{\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}}{5} \ell = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} \times \ell = 1.3763820 - ... \ell = 9.7 mm$$

$$9_3 = \overline{BA'} \times \omega_2 = \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{8}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5}}{8}} \times \ell = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5}}} \times \ell = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5}}} \times \ell = \frac{2}{5} \sqrt{$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times 5 \times (25 + 11\sqrt{5})}{5^2 \times 8}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \times \ell = 2, 22 70 32 73 \dots \ell$$

50



Distancia "fi" entre les des planes paraleles a II, que conlienen la vertices 11 al 15 y 26 el 50 respectiblement.

Le obtiene por diferencia de las alturas "C10" 2 "94", y a calculadas.

$$f_1 = 2(C_{10} - g_1) = 2 \times (\sqrt{\frac{25 + 1/\sqrt{5}}{8}} \ell - \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell) =$$

$$=2\left(\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{8}}-\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}\right)\times\ell=2\times\sqrt{\left(\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{8}}-\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}\right)^2}\star\ell=2$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11 \sqrt{5}}{8} + \frac{5 - \sqrt{5}}{10}} - 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11 \sqrt{5}}{8}} \times \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \times \ell =$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5} + 20 - 4\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{4(25 + 11\sqrt{5})(5 - \sqrt{5})}{80}} \times \ell =$$

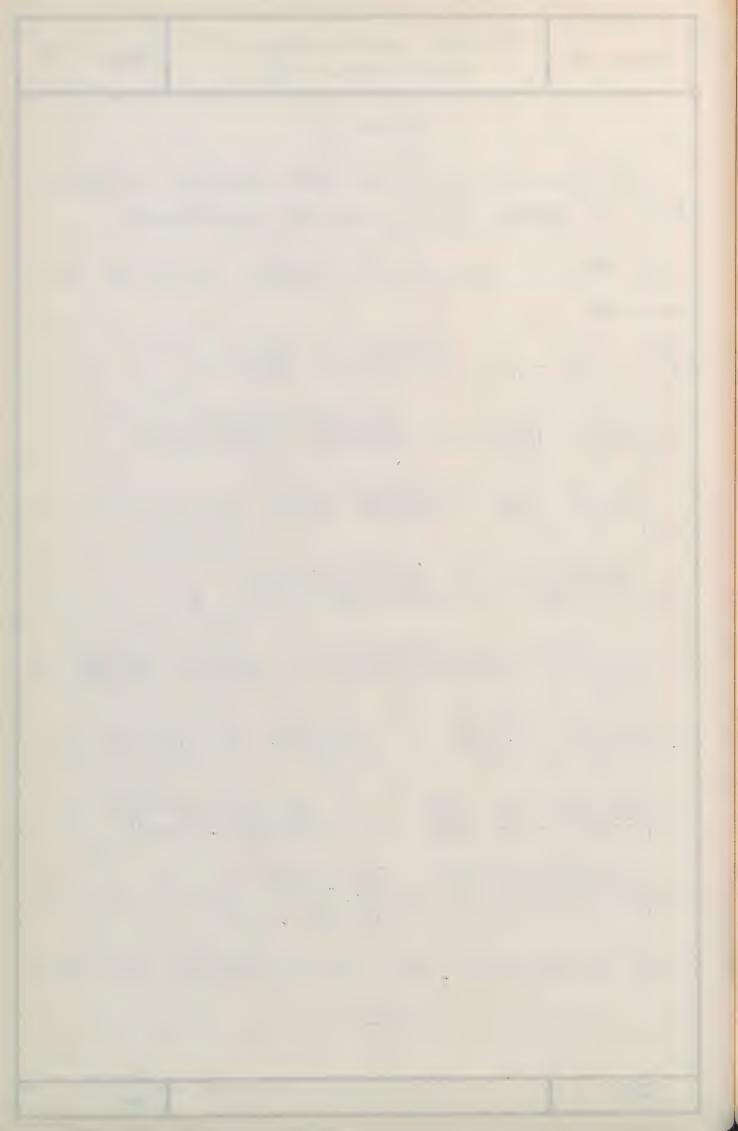
$$= 2 \times \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5} - 25\sqrt{5} - 55}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{70 + 30\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{20}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{20}} \times \ell$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \frac{\sqrt{7 + 3\sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - (\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}) : \sqrt{2} \times \ell =$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{9}{4}} - \sqrt{\frac{5}{4}} \times \ell = -2 \times \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5}}{40}} - \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \times \ell =$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{145 + 51\sqrt{5} - 60 - 20\sqrt{5}}{40}} \times \left\{ = \sqrt{\frac{85 + 31\sqrt{5}}{10}} \times \right\} = 3,92.83.34.35...$$

Para el caso del dibujo, cerá: f. = 3.92 83 34 35. - × 18.53 = 72,8 mm



Fadio "1," de la circumfercia circumente el designe nequelar de vertices 11 al 15 g 46 al 50.

det radio es un enteto de un hiamento rectanquelo de hipoternusa "a" y el otro cateto "fo", in sulse serà:

$$\boxed{\Gamma_{1}} = \sqrt{\alpha^{2} - \left(\frac{f_{1}}{2}\right)^{2}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8}}\ell\right)^{2} - \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{85 + 31\sqrt{5}}{10}}\ell\right)^{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{85 + 31\sqrt{5}}{10}} \times l = \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8} - \frac{85 + 31\sqrt{5}}{40}} \times l =$$

$$= \sqrt{\frac{185 + 75\sqrt{5} - 85 - 31\sqrt{5}}{40}} \times \ell = \sqrt{\frac{100 + 44\sqrt{5}}{40}} \times \ell = \sqrt{\frac{35 + 11\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{35 + 1$$

= 2, 22 70 32 73 ... l

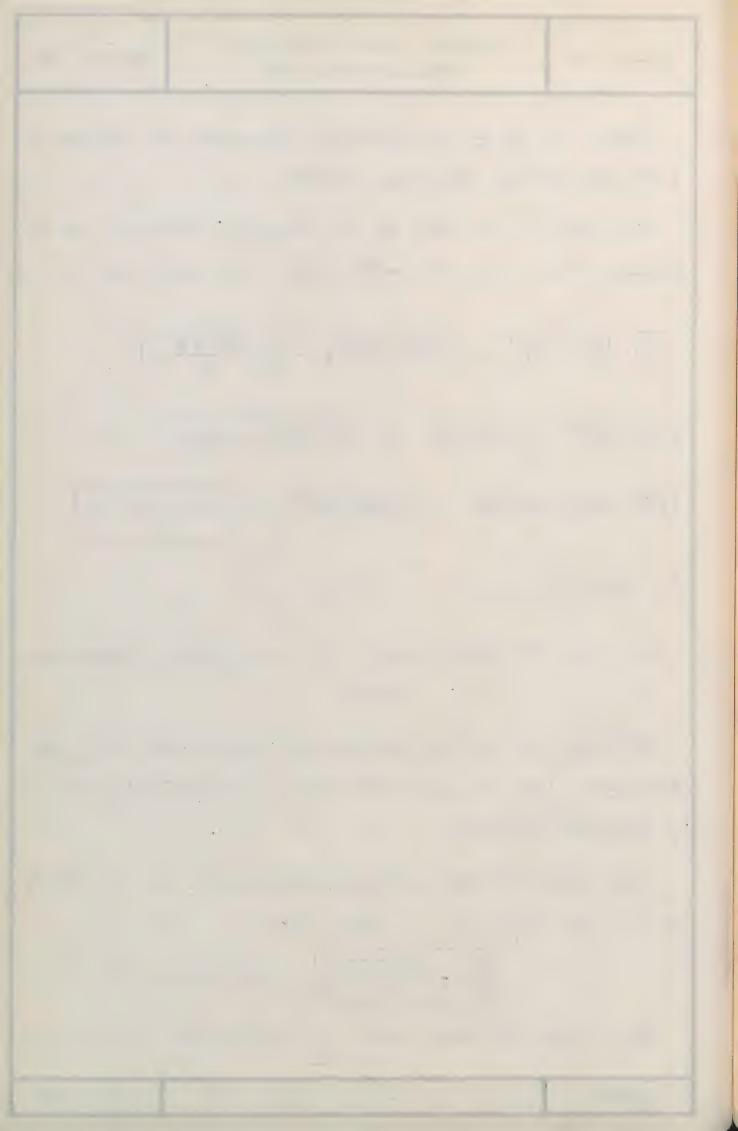
Para el caso del dibujo, sera: Fr = 2, 22 70 32 73 ... x18,53 = 41.2 mm

Distancia "9" de los vértices 16 et 20 al plano de la cara decagonal 1 at 10, of de la ventices 41 at 45 at de la ra-Ra decagonal 51 al 60

Esta oraquitud ha cido ya determinada en el calculo de "g," (ver poja 22); su valor es

$$g_2 = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} \ell = 1.37 63 82 0... * \ell$$

Para el caso del dibujo, será: 9 = 1, 37 63 82 ... x 18.53 = 25,5 mm



Distancia "12" entre los planes paralelos a II, que contie-

Le obtiene por diferencia de las alturas "C.0" g "gz", ya calculadas.

$$f_2 = 2(C_{10} - g_2) = 2 \times (\sqrt{\frac{25 + 11 \sqrt{5}}{5}} \cdot \ell - \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}} \times \ell) =$$

$$=2\times\left(\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{8}}-\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}\right)\times\ell=2\times\left(\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{8}}-\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}\right)^{2}\times\ell=$$

$$= 2\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{8}+\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}-2\sqrt{\frac{(25+11\sqrt{5})(5+2\sqrt{5})}{40}} \times \ell =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5} + 40 + 16\sqrt{5}}{40}} - 2 \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5} + 50\sqrt{5} + 110}{40}} \times \ell =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{40}} - 2 \sqrt{\frac{235 + 105\sqrt{5}}{40}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{40}} - 2 \sqrt{\frac{47 + 21\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{40}} = 2 \sqrt{\frac{47 + 21\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{40}} = 2 \sqrt{\frac{47 + 21\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{40}} = 2 \sqrt{\frac{47 + 21\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{40}} = 2 \sqrt{\frac{47 + 21\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} = 2 \sqrt{\frac{165 + 71\sqrt{5}}{8}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{165 + 7$$

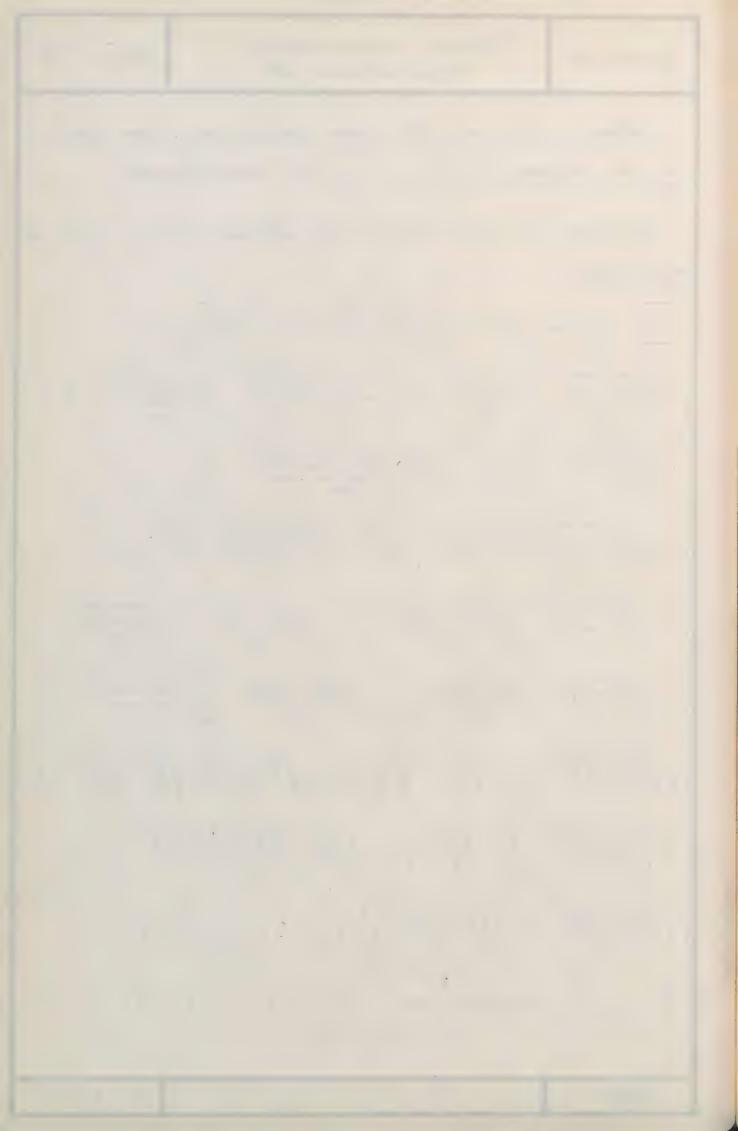
$$=2\sqrt{\frac{165+71\sqrt{5}}{40}}-\sqrt{\frac{47+21\sqrt{5}}{2}}=\ell=2\sqrt{\frac{165+71\sqrt{5}}{40}}-\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{47+21\sqrt{5}}=\ell=2\sqrt{\frac{165+71\sqrt{5}}{40}}-\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{47+21\sqrt{5}}=\ell=2\sqrt{\frac{165+71\sqrt{5}}{40}}=0$$

$$=2\sqrt{\frac{165+71\sqrt{5}}{40}-\frac{1}{\sqrt{2}}}\cdot\left(\sqrt{\frac{49}{2}}+\sqrt{\frac{45}{2}}\right)\times l=2\sqrt{\frac{165+71\sqrt{5}}{40}-\sqrt{\frac{49}{4}}-\sqrt{\frac{45}{4}}}\times l=$$

$$= 2\sqrt{\frac{165 + 7/\sqrt{5}}{40} - \frac{7}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{2}} \times l = 2\sqrt{\frac{165 + 7/\sqrt{5} - 140 - 60\sqrt{5}}{40}} \times l =$$

$$= 2\sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{40}} \cdot l = \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \cdot l = 2, 22703273... l$$

Para el caso del dibujo, rerá: fz = 2,22 70 32 73... l = 41,2 mm



quelar de virtices 16 al 20 g 41 al 45

Este vadio es un eateto del trianquelo restampeto de lipotermon "a" el otro cateto " \frac{f_2}{2}. Lu vair reà:

$$= \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8} - \frac{25 + 11\sqrt{5}}{40}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{185 + 75\sqrt{5} - 25 - 11\sqrt{5}}{40}} = \sqrt{\frac{160 + 64\sqrt{5}}{40}} = \sqrt{\frac{20 + 8\sqrt{5}}{5}} = \sqrt{\frac{20 + 8\sqrt{5}}{5}}$$

= 2, 75 27 63 84 --- 8

Fara el caso del dibujo, rera: 12 = 2,75 27 63 84 ... (x 18,53 = 51.0 mm

Distancia "93" de les vértices 21 al 30 al plano de la cara decagonal 1 al 10, y de les vértices 31 al 40 al de la cara decagonal 51 al 60

Esta oraqueted ha side ya determinada en el calculo de "g," (ver hoja 22); su valor es

$$g_3 = \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} \times \ell = 2,22703273...$$

Para el caro del dibujo, cerá: 9. 2.22 70 32 73... × 18.53 = 11,2 mm

ED



Distancia "Is" entre la planos paraleles a II, que contienen lo vértices 21 al 30 g 31 al 40 respectivament.

Le obtiene por diferencias de las alturas "C10" 2 "93", ya calculadas.

$$f_3 = 2 (C_{10} - g_3) = 2 \cdot (\sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}}) \ell =$$

$$= 2 \times \sqrt{\left(\sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{8}} - \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}}\right)^2} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{8} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{10} - 2\sqrt{\frac{(25 + 11\sqrt{5})^2}{80}}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{80} + \frac{25 + 11\sqrt{5}}{80}} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{25 + 1$$

$$= 2 \sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5} + 100 + 44\sqrt{5}}{40}} - \frac{25 + 11\sqrt{5}}{\sqrt{20}} * \ell = 2 * \sqrt{\frac{225 + 97\sqrt{5}}{40}} - \frac{25 + 11\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} * \ell = 2 * \sqrt{\frac{225 + 97\sqrt{5}}{40}} = 2 * \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}} * \ell = 2 * \sqrt{\frac{25 + 97\sqrt{5}}{40}} = 2 * \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{40}} = 2 *$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5}}{40}} - \frac{25\sqrt{5} + 55}{10} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5} - 220}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5}}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5}}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5}}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5} - 100\sqrt{5}}{40}} = \ell = 2 \times \sqrt{\frac{225 + 99\sqrt{5}}{40}} = \ell =$$

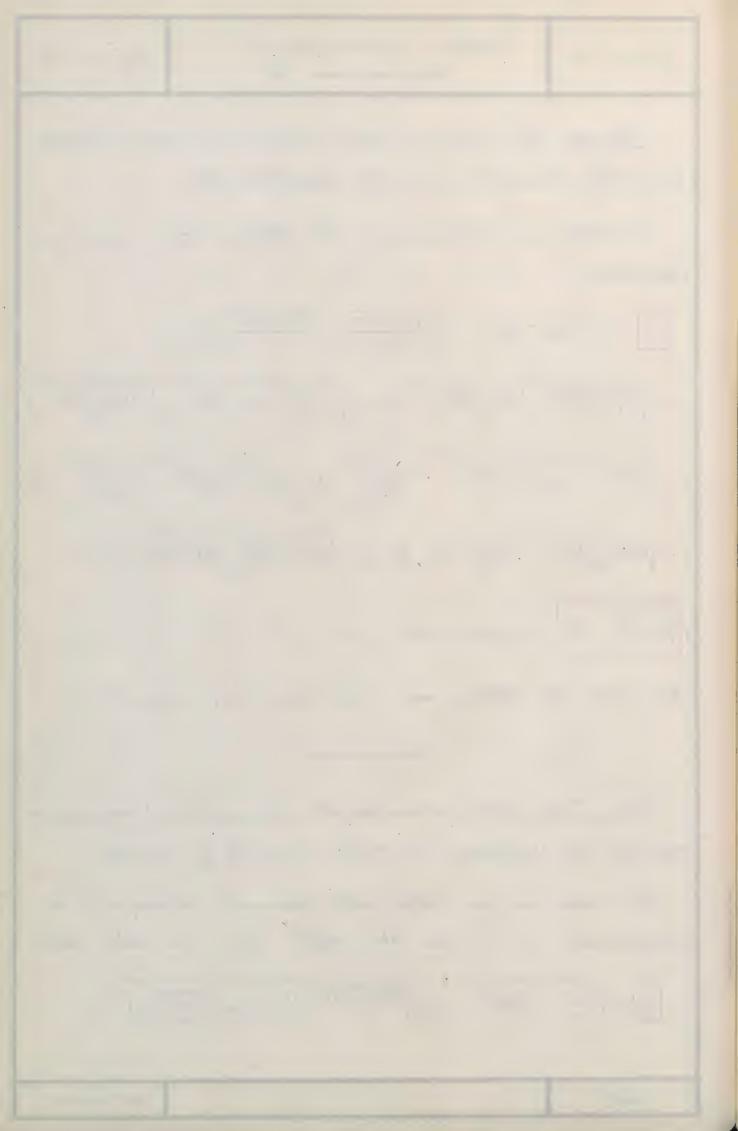
$$= \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \times l = 0, 52 57 31 1... \times l$$

Fara el caso del dibujo, será: f3 = 0,52 57 31 1.. x 18,53 = 9,8 m m

Radio "13" de la circum/escucia circumscrita de phique no requên de 20 laiss, de vertices 21 al 30 2 31 al 40

Este radio es un cateto del trianquelo actanquelo de hipoternisa "a" y el che ateto " 13". La valor serà:

$$rac{1}{3} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{f_3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8}}\ell\right)^2 - \left(\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{5 - 15}{10}}\ell\right)^2} =$$



$$= \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8}} - \frac{1}{4} \times \frac{5 - \sqrt{5}}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{37 + 15\sqrt{5}}{8}} - \frac{5 - \sqrt{5}}{40} \times \ell = \sqrt{\frac{185 + 75\sqrt{5} - 5 - \sqrt{5}}{40}} \times \ell = \sqrt{\frac{185 + 75\sqrt{5}}{40}} \times$$

$$= \sqrt{\frac{180 + 74\sqrt{5}}{40}} = 1 = \sqrt{\frac{90 + 37\sqrt{5}}{20}} = 1 = 2,93$$

Para el caro del dibujo, sera 13 = 2,9388 30 68. x 18.53 = 54.5 mm.

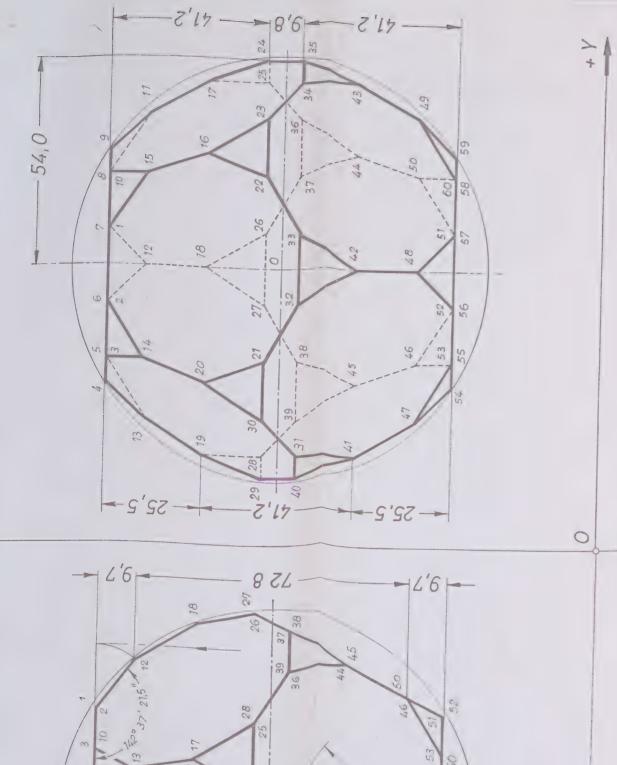
En el cuadro sinóptico que damos a continuación, resumi-

CUADRO SINÓPTICO DE LAS MAGNITUDES COMPLEMENTA RIAS

Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximado
n	<u>V3</u> 2	0, 86 60 25l
k	V5 + 2V5 2	1, 53 88 42 l
f,	V 85 + 31 √5 ℓ	3, 92 83 34L
f_z	V 25 + 11 V5	2, 22 70 33 l
f_3	10 L	0, 52 57 31 8
9,	$\sqrt{\frac{5-\sqrt{3}}{10}}$ 1	0, 52 57 31l
92	$\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} \ell =$	1, 37 63 82£
g_3	V 25 + 11 V5	2, 22 70 33l
<i>F</i> ₇	V 25 + 11 VS P	2, 22 70 33 l
Γ2	V20 + 8 V5 P	2. 75 27 64
Γ3	V 90 + 37 VE {	2, 93 88 31l
Relaciones	notables: $f_2 = g_3 = \Gamma_1$	$f_3 = g_1$



Z+



1'97

0'55

A ROUIMEDIANO IX

C, = 20	[]	09 = A	A = 90	1 P ₃ + 2 P ₁₀
Número de caras triangulares	Número de caras decagonales	Número de vértices	Número de aristas	Numero de caras de un ángulo sólido

ENUNCIADO

14

(F)

Representar por el método gráfico-Arquimediano IX, en el que en cada vértice concurren un triángulo equiláanalítico, en los planos I, II y III, tero y dos decágonos regulares.

La longitud de su lado es de 18,5 coordenadas de su centro 0, son 0 (72, 72, 85) mm. milímetros y las

Dibujar en formato A3v y a esca-(a 1:1.

1 +

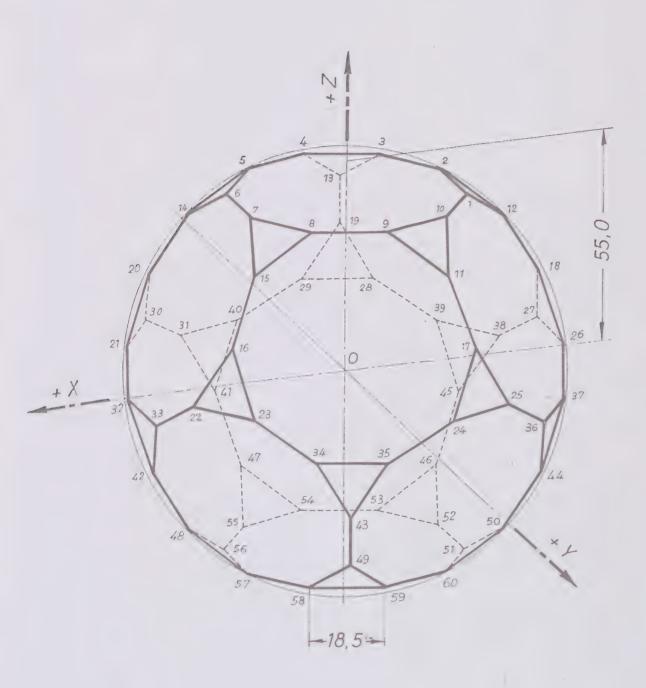
a Califi-	cación (firma)		
Entregad			
Propuesta De entrega. Entregada		And the second s	
Propuesta			
	Fecha:	Alumno:	Escala

Escuela Curso Arquimediano

41 - 19 Lámina

Curso 19







42

ENUNCIADO

Representas por el mistoso gráfico-sumiliero en los los contre I. II y III, el Arquiron de ano II, en el que en cada vistico concueren un cuadrado y des exagenes asquilares.
La lengitud de en lado es de 34.8 mm, y las consacrades de su contro 0, son 0/75. 72, 85/mm.

Libuja: en formato 43v y a escala 1:1

DATOS O(32, 72, 85) mm $l_{x} = 34.8 mm$

UNE A4 210 X 297

22-1-97



ENUNCIADO

Personiae la contrato gradico-analitico, en les planos I. II q III, el arquirección XI., en el que en cada vertice conserver un madrage, un exageno q un octogono, todos regulares.

denadas de su centro 0, con 0 (72, 72, 85) mm.
Dibar en formato A3V q a escala 1:1

DATOS 0 (72, 72, 85) mm $\ell_{xx} = 23, 7 mm$



Sequiremos en el estudio de este arquimediano, las directrices y fórmulas generales planteadas en el "Arquimediano I", lamina 33.

las magnitudes signicutes:

l: Arista del Arquimediano XI (dato del ejercicio).

a = Radio de la esfera circumscrita.

b : Radio de la esfera tangente a las aristas.

C, = Radio de la esfera tangente a las caras cuadrades

C6 : Padio de la espera tangente a las caras exagonales.

C₈ = Kadio de la esfera tangente a las caras estigonales.

d₄ = Radio de la circumferencia circumscrita a una cana enadrada.

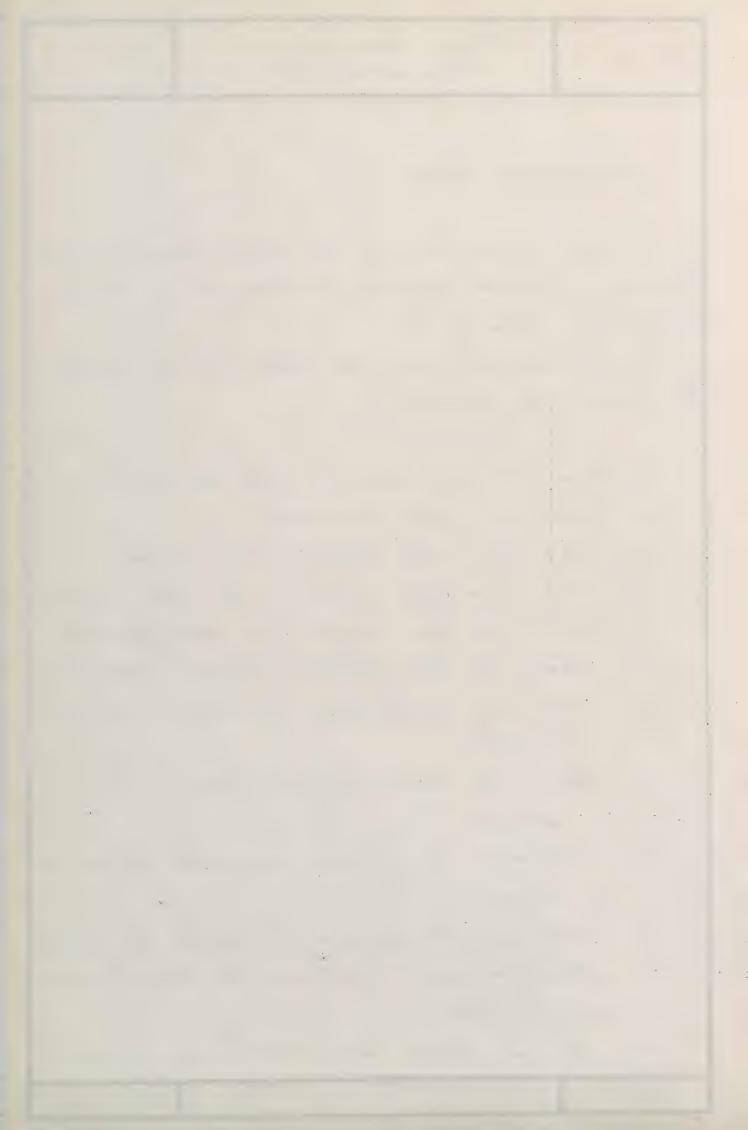
de = Radio de la circumferencia circumscrita a una caca exagonal

dg : Radio de la circumferencia circumscrita a una cava octogonal.

m = Radio de la vircunferencia circunsoria al poliçono obtenido al unir los extremos de las aristas de un angulo solido.

X4: Angulo rectilines del diedro formado por una

(ES



cara cuadrada, con el plans diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquilla.

de = Angulo aectilines del diedro formado por una cana escazanal, con el plano diametral del arquimediamo que para por una arista de aquille.

« a octogonal, con el plano diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquella.

4-6 = Angulo estelines del diedro formado por muca cara cuadrada y otra exagonal.

4.8: Angulo rectelines de diedo formado por una cara cuadrada y otra octogonal

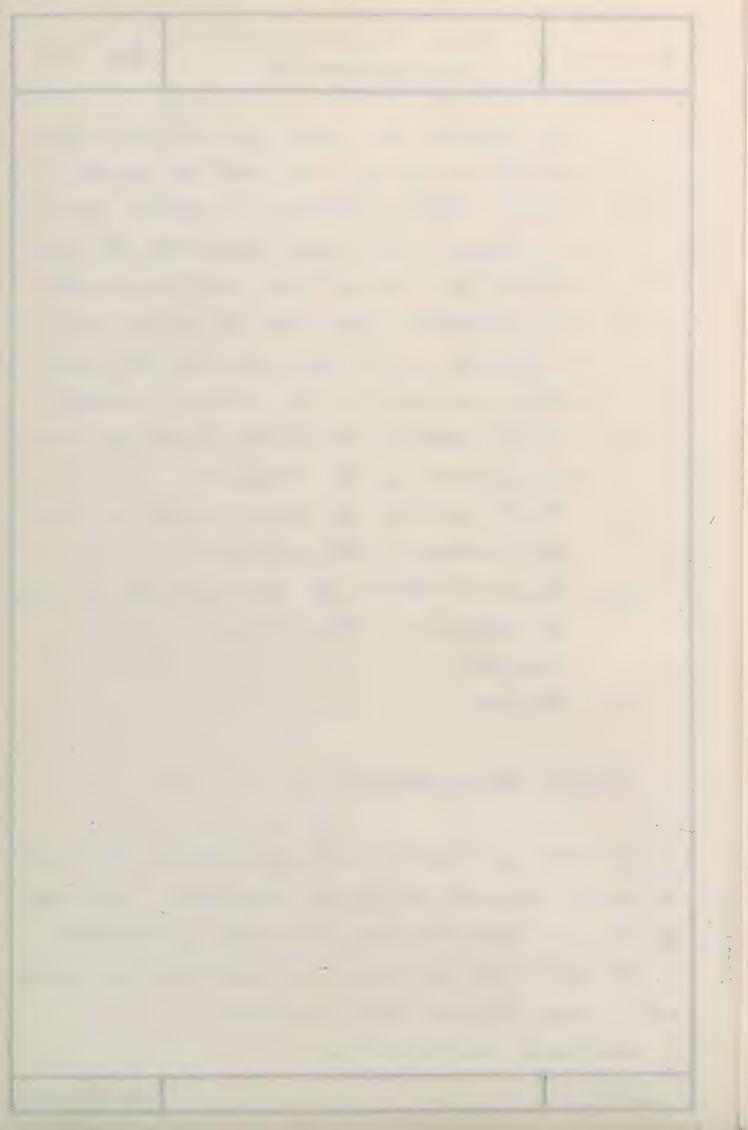
46-8 = Inquelo rectilines del diedro formado por una cara exagonal y otra octogonal.

S: Imperficie

V = Noturneu

PROCESO GRÁFICO- ANDLÍTICO

El estudio malizado de este arquimediano, mos indica que se compone de 12 caras enadadas, 8 caras escaquales y 6 caras octoquiales; 48 vértices y 73 anitas. En enan vértice uncurren un madrado, un exagocro y um ectóquio, todos regulares. Así pues, tendremos que:



Cálculo de sus magnitudes

Arista "l" del arquimediano

Dato del ejercicio

Ordio "m" de la circumferencia circumscrita al policario obternido al unir los extremos de las tres arios que concurren en un angulo sólido.

Este poligono es un triangulo

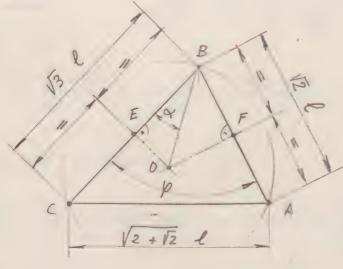


Figura 1

A.B.C (fig. 1) escaleno,
cuyos lados AB, BC g

CA son respectivamente las diagonales que
une tres vértices conseculios en un encodrado, un escagono
g un octogono regulares, todos de ledo "l".

le derniestra en feornetria que titas diagonales son:

a) En el cuadrado

AB = V2 &

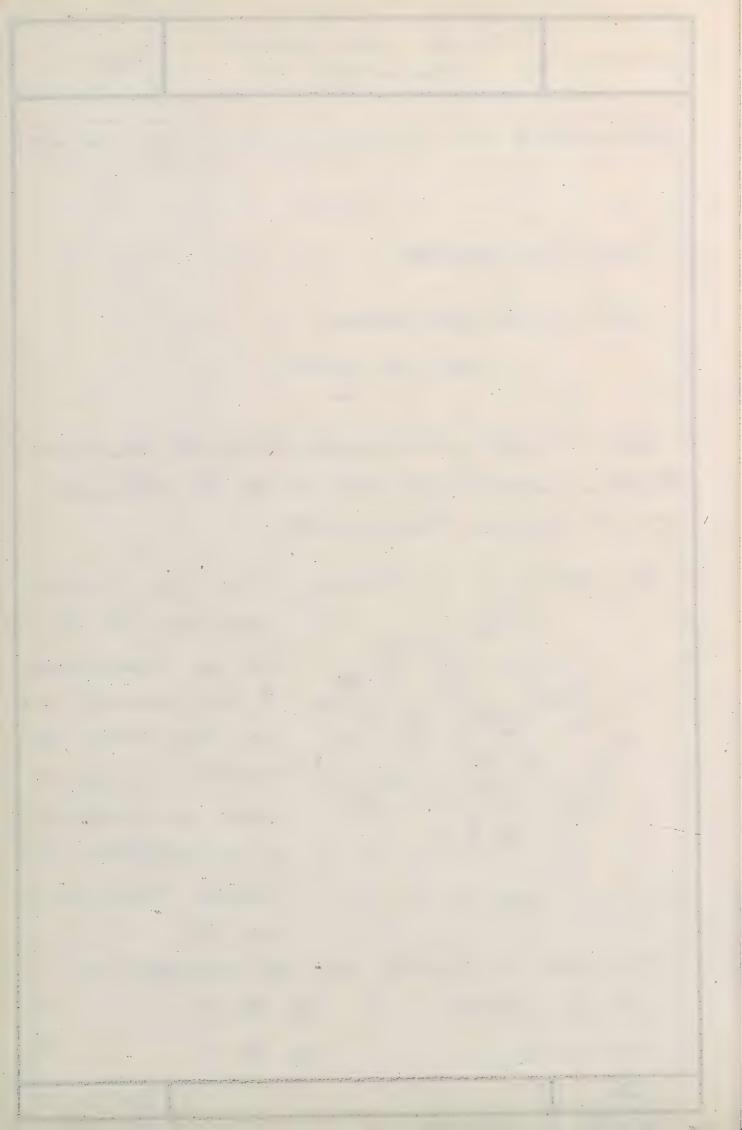
[1]

b) En el escagano

BC = V3 L

[2]

CEL



c) tre es octógosos

[3]

De la lipura !, se de ince:

$$\overline{BO} = m = \overline{BE} = \overline{BF}$$

$$\cos d = \cos (4-d)$$

[4]

de donde

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \ell \omega s (\varphi - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \ell \omega s \alpha \eta \qquad \sqrt{3} \omega s (\varphi - \alpha) = \sqrt{2} \omega s \alpha$$

$$\cos (\Psi_{-} \propto) = \sqrt{\frac{2}{3}} \propto \cos \propto$$

[5]

por otra parte tenemos:

AC = BC 2 + BA - 2 × BC × BA · cos 4 " BC + BA - AC = 2 × BC × BA - cos 4

$$= \frac{3+2-(2+\sqrt{2})}{2\sqrt{6}} = \frac{3-\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}-\sqrt{12}}{12} = \boxed{\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{12}}$$

[6]

De [5] se deduce:

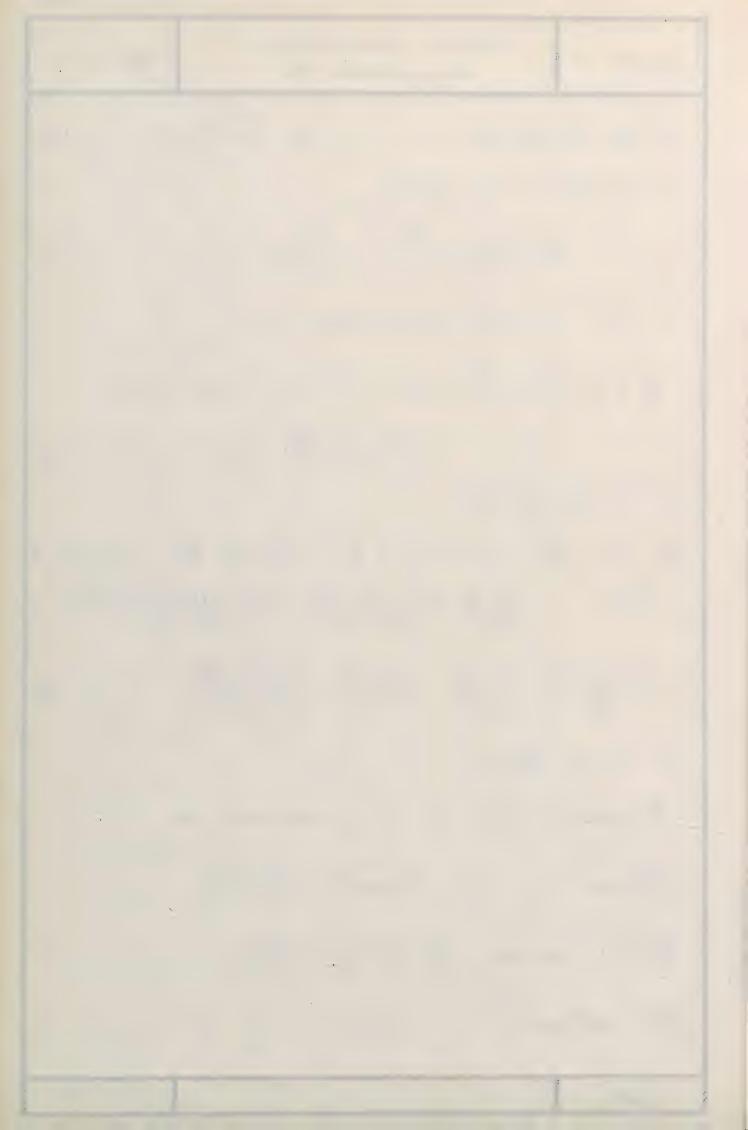
 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ $\cos x = \cos (y = x) = \cos \theta \cos x + sen x$

V= cos 4 = cos 4 cos x + V1- cos 24 x V1- cos 2 x

V2 (5) x - (5) 4 (5) x = V(1-4) (1-4) x)

$$\left[\left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \omega \varphi\right) \omega \right]^{2} = \left(1 - \omega^{2} \varphi\right) \left(1 - \omega^{2} \alpha\right)$$

1-5-73



$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \cos \varphi \right)^{2} \cos^{2} x = \left(1 - \cos^{2} \varphi \right) - \left(1 - \cos^{2} \varphi \right) \cos^{2} x$$

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \cos \varphi \right)^{2} \cos^{2} x + \left(1 - \cos^{2} \varphi \right) \cos^{2} x = 1 - \cos^{2} \varphi$$

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \cos \varphi \right)^{2} + \left(1 - \cos^{2} \varphi \right) \cos^{2} x = 1 - \cos^{2} \varphi$$

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \cos \varphi \right)^{2} + \left(1 - \cos^{2} \varphi \right) \cos^{2} x = 1 - \cos^{2} \varphi$$

$$\cos^{2} \alpha = \frac{1 - \cos^{2} \psi}{\left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \cos \psi\right)^{2} + \left(1 - \cos^{2} \psi\right)} = \frac{1 - \cos^{2} \psi}{\frac{2}{3} + \cos^{2} \psi - 2\sqrt{\frac{2}{3}} \cos \psi + 1 - \cos^{2} \psi}$$

$$= \frac{1 - \cos^2 \varphi}{\frac{2}{3} + 1 - 2\sqrt{\frac{2}{3}}\cos \varphi} = \frac{1 - \cos^2 \varphi}{\frac{5}{3} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}\cos \varphi}$$
7 finalmente

$$cos \propto = \sqrt{\frac{1 - \omega s^2 \varphi}{\frac{5}{3} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}}} cos \varphi$$
 [7]

valo que sustituido en [4], mo da

$$m = \frac{BE}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ell : \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \varphi}{\frac{5}{3} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}} \cos \varphi} = \sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} : \frac{1 - \cos^2 \varphi}{\frac{5}{3} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}} \cos \varphi$$

$$=\sqrt{\frac{3}{4}}\cdot\frac{1-\cos^2\varphi}{\frac{5}{3}-2\sqrt{\frac{2}{3}}\cos\varphi}\times\ell=\sqrt{\frac{3\times\left(\frac{5}{3}-2\sqrt{\frac{2}{3}}\cos\varphi\right)}{4\left(1-\cos^2\varphi\right)}}\times\ell=$$

=
$$\sqrt{\frac{5-6\sqrt{2}}{4(1-45^24)}} \times \ell$$
 7 terriendo en cuenta [6], el [8]

municipador:
$$5-6\sqrt{\frac{2}{3}}$$
 ws $\psi = 5-6\sqrt{\frac{2}{3}} \times \frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{12}$

UNE A4 210 X 28



$$= 5 - 6 \cdot \frac{\sqrt{2} \left(3\sqrt{6} - 3\sqrt{2} \right)}{12\sqrt{3}} = 5 - \frac{3\sqrt{12} - 2\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 5 - \frac{3\sqrt{36} - 2\sqrt{18}}{6} = 5 - \frac{18 - 6\sqrt{2}}{6} = \frac{18 - 6\sqrt{2}}{$$

$$= 5 - (3 - \sqrt{2}) = 2 + \sqrt{2}$$

[9]

, tamilien ei denominador

$$4\left(1-60^{2}4\right)=4\left[1-\left(\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{12}\right)^{2}\right]=4\times\left(1-\frac{54+12-12\sqrt{18}}{144}\right)=4\left(1-\frac{66-36\sqrt{2}}{144}\right)$$

$$= 4 \times \frac{144 - 66 + 36\sqrt{2}}{144} = 4 \times \frac{78 + 36\sqrt{2}}{144} = 4 \times \frac{13 + 6\sqrt{2}}{24} = \frac{13 + 6\sqrt{2}}{6}$$
 [10]

sustitujendo los valores [9] y [10] en [8], tendremos fi-

$$| m | = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{\frac{13 + 6\sqrt{2}}{6}}} \ell = \sqrt{\frac{6(3 + \sqrt{2})}{13 + 6\sqrt{2}}} \ell = \sqrt{\frac{6(2 + \sqrt{2})(13 - 6\sqrt{2})}{...13^2 - ...72}} \times \ell$$

$$= \sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12)}{97}} e^{-\sqrt{\frac{6(14 + \sqrt{2})}{97}}} \times e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12)}{97}}} e^{-\sqrt{\frac{6(14 + \sqrt{2})}{97}}} \times e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12)}{97}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12)}{97}}} e^{-\sqrt{\frac{6(14 + \sqrt{2})}{97}}} \times e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12)}{97}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12)}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12)}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 13\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2})}}} e^{-\sqrt{\frac{6(26 + 12\sqrt$$

Fara el esso del dibujo, sera: m = 0,97 64 50 97...x

Radio "a de la ... fera incursorita

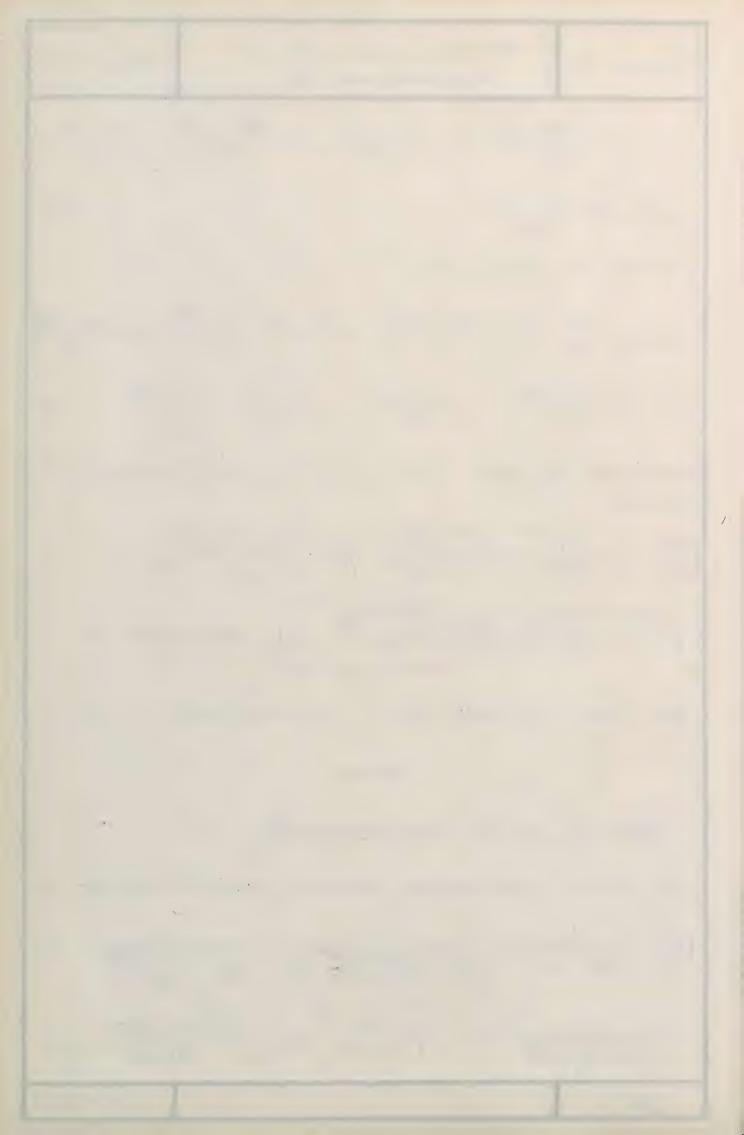
Le obtiens a pleamedo la formula general [1] (ver lane. 33)

$$\boxed{a} = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - m^2}} = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - (\sqrt{\frac{c(14 + 12)}{97}} \ell)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{4 - \frac{c(14 + 12)}{77}}} \times \ell =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{97-34-6\sqrt{2}}{97}}} \cdot \ell = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{97}{13-6\sqrt{2}}} \cdot \ell = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{97(13+6\sqrt{2})}{13^2-72}} \times \ell =$$

CEC

1- 5- 23



Thija - 7

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{97(13+6\sqrt{2})}{97}} \times \ell \times \frac{1}{2}\sqrt{13+6\sqrt{2}} \ell = 2,31.76 \times 10.91...\ell$$

Para el caso del dibujo, rerà: a = 55 mm l = 23,73 mm.

Radio "b" de la espera tangente a las aristas

Le obtiene aplicando la forannele general [3] (ver lann, 33)

$$b = \sqrt{a^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13 + 6\sqrt{2}}}{2}\ell\right)^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{13 + 6\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{4}} \times \ell =$$

$$=\sqrt{\frac{12+6\sqrt{2}}{4}} \quad \ell = \sqrt{\frac{6+3\sqrt{2}}{2}} \quad \star \quad \ell = 2,26303344...$$

Para el caso del dibujo, será: b = 2,26 30 33 44... x 23,73 = 53,7 mm

Padio "du" de la circumperancia circumserita a una cara cuadrada de lado "l".

Le demuestra en geometria, es

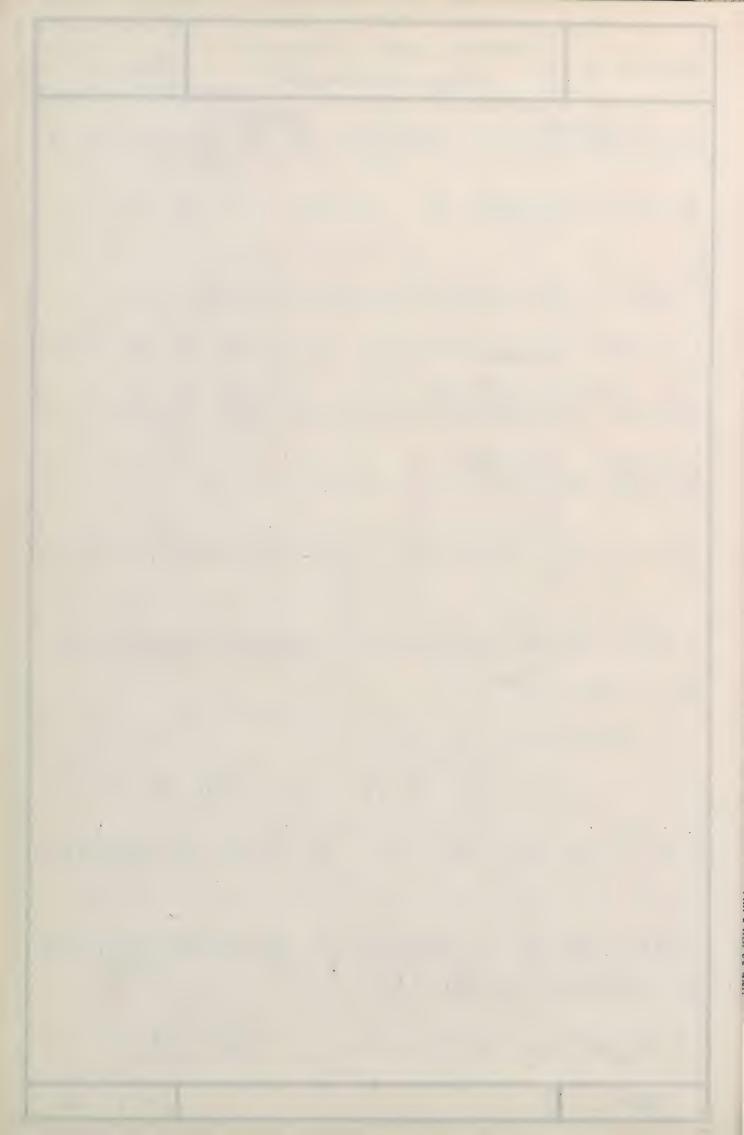
$$d_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} \ell = 0.70710678...\ell$$

Para el caso del dibujo, cera: de = 0.70 71 06 78 ... x 23.73 = 16.8 mm.

Radio "de" de la circumpancia circumscrita a una ca-

Le deamestra en geometria, es:

ES



Radio "de la execumperencia circumscrita a una cara octogonal de lado "l"

Le denuestra en geometria, es

$$d_8 = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}} \times l = 1,30 65 62 96 \dots l$$

Para el caso del dibujo, serà: d₈ = 1, 30 65 62 96-x 23,73 = 37,0 m m.

Radio "C4" de la especa Tangente a las caras cuadradas de la do "l"

Aplicando la formula general [2] (ver lan. 33)

$$C_4 = \sqrt{a^2 - (d_4)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13} + 6\sqrt{2}}{2}\ell\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ell\right)^2} = \sqrt{\frac{13 + 6\sqrt{2}}{4} - \frac{2}{4}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{11+6\sqrt{2}}{4}} \ell = \frac{\sqrt{11+6\sqrt{2}}}{2} \ell = \frac{\sqrt{\frac{18}{2}} + \sqrt{\frac{4}{2}}}{2} \ell = \frac{3+\sqrt{2}}{2} \ell = 2, 20.7/.06.78...\ell$$

Fara el caso del dibigo, sera: C4 = 2, 20 7/ 06 78. x 23,73 = 52,4 mm

Radio "6" de la estera tangente a las caras escaponales de lado "l"

Aplicando la foremula general [2] (ver lam. 33)

$$C_6 = \sqrt{a^2 - (d_6)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13 + 6\sqrt{2}}}{2}\ell\right)^2 - \ell^2} = \sqrt{\frac{13 + 6\sqrt{2}}{4} - 1} + \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{9+6\sqrt{2}}{4}} \cdot l = \frac{\sqrt{9+6\sqrt{2}}}{2} l = \frac{\sqrt{\frac{12}{2}} + \sqrt{\frac{6}{2}}}{2} \cdot l = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2} \cdot l = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{6}}{2} \cdot l = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{6}}{2}$$

ES



= 2,09 07 70 25 ... 1

Para el caso del dibujo, sera: C_E = 2,09 07 70 25... x 23,73 = 49,6 mm

tradio "Cq" de la esfera tangente a las suras octogoniales. de lado "l"

Aplicando la formula general [2] (ver lan. 33)

$$C_8 = \sqrt{a^2 - (d_8)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13} + 6\sqrt{2}}{2}\ell\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}}\ell\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{13+6\sqrt{2}}{4} - \frac{2+\sqrt{2}}{2}} \times l = \sqrt{\frac{13+6\sqrt{2}-4-2\sqrt{2}}{4}} \times l = \sqrt{\frac{9+4\sqrt{2}}{4}} \times l = \sqrt{\frac{9+4\sqrt{2}}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{9+4\sqrt{2}}}{2} \cdot \ell = 1,91421356...\ell = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{16}{2}} + \sqrt{\frac{2}{2}} \right) \ell = \frac{2\sqrt{2}+1}{2} \ell$$

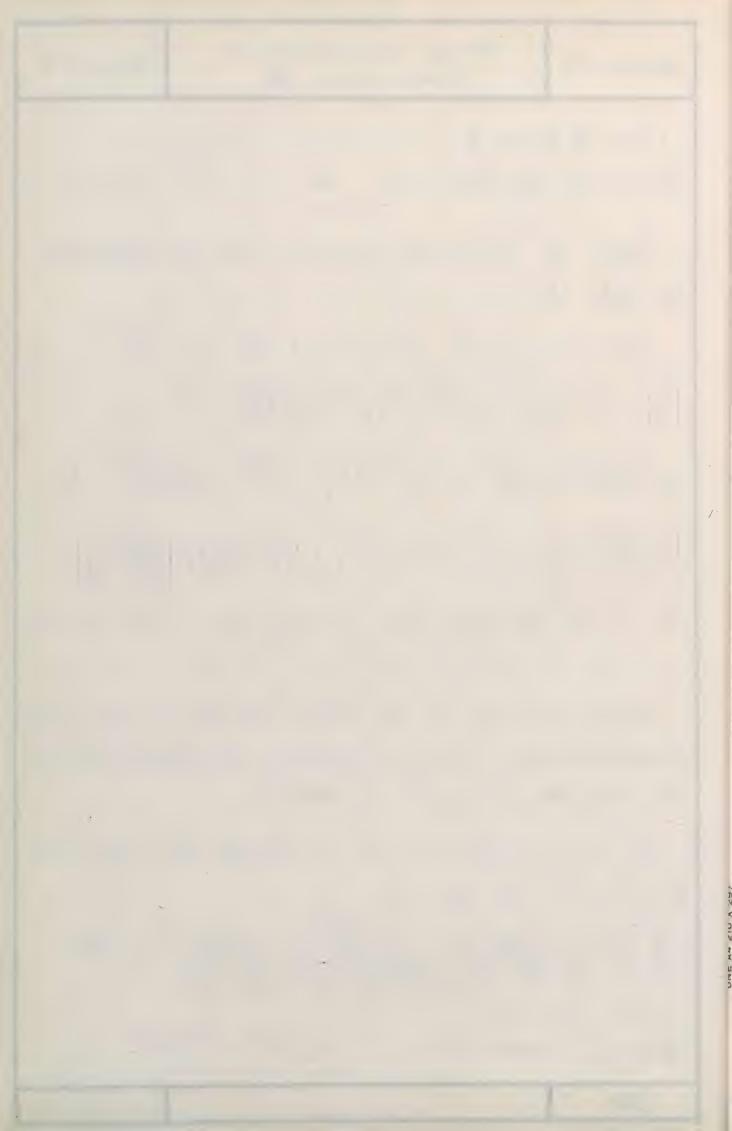
Para el caso del dibujo, será: C8 = 1,9/ 42 13 56 ... 23.73 = 45.4 mm.

Angulo rectilines "x4" del diedro formano por men cara cuadrada, con el plano diametral del arquin diano que pasa por una arista de aquelle.

Le obtiene, en funcion de su tampente, por la firmula general [5]. (ver lan. 33)

$$\boxed{\frac{1}{9} \times_{4}^{2} = \frac{2 c_{4}}{\sqrt{4 (d_{4})^{2} - \ell^{2}}} = \frac{2 \times \frac{3 + \sqrt{2}}{2} \ell}{\sqrt{4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \ell\right)^{2} - \ell^{2}}} = \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{4 \times \frac{1}{2} - 1}} = 3 + \sqrt{2} = \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{4 \times \frac{1}{2} - 1}} = \frac{3 + \sqrt$$

= 4, 41 42 13 56 ---



exagenal, con el plano diame al del arquimes mo que pasa por una arista de aquiella.

Le obtiene, en función de su tangente, por la foronnela ge. meral [5] (ver lam. 33).

$$\frac{1}{\sqrt{4}} \alpha_{6} = \frac{2 C_{6}}{\sqrt{4 (d_{6})^{2} - \ell^{2}}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2} \ell}{\sqrt{4 \ell^{2} - \ell^{2}}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{18} + 3}{3} = \frac{\sqrt{18} + 3}{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} + 3}{3} = \sqrt{1 + \sqrt{2}} = 2, 4/42 / 3 56 \dots$$

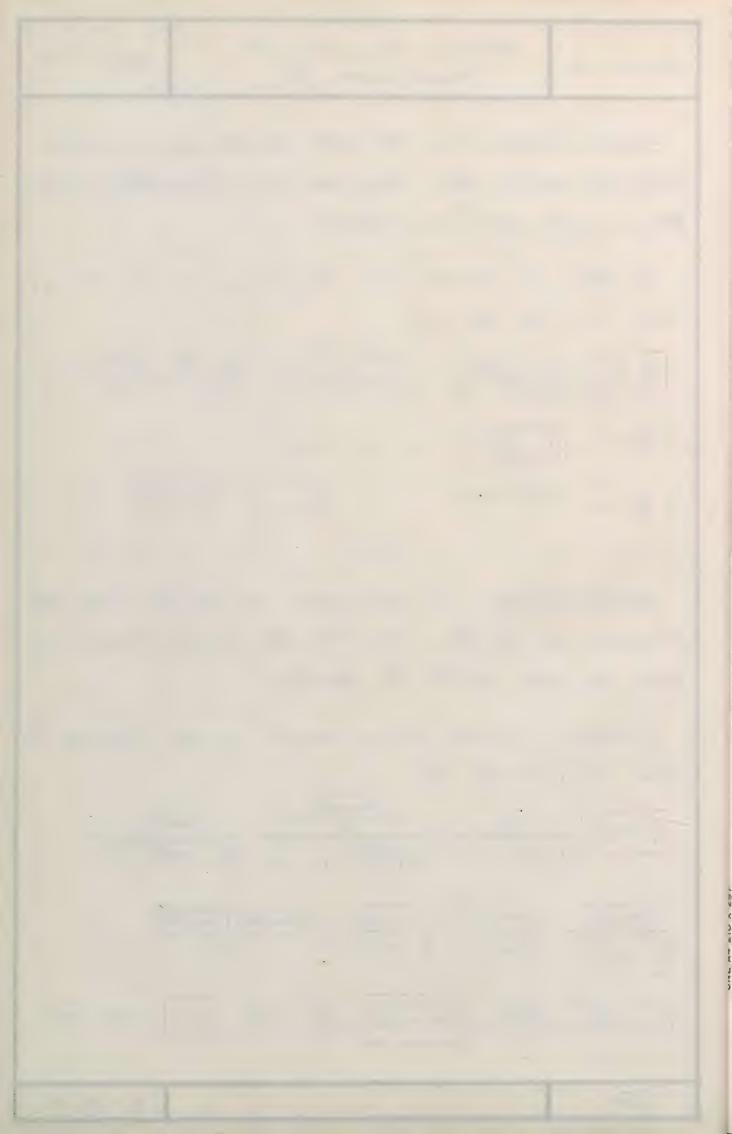
Angulo rectilines "×8" del diedes formado por una cara octogonal, con el biano diametral del arquire diamo que pasa por una arista de aquella.

Je oblieve, en función de ou tanquete, por la formula gemeral [5] (ver lam. 33)

$$\frac{t_{0}}{\sqrt{4}} \propto \frac{2 c_{8}}{\sqrt{4 (d_{0})^{2} - \ell^{2}}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{2} \times \ell}{\sqrt{4 (\sqrt{2 + \sqrt{2}} \ell)^{2} - \ell^{2}}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2} - \ell}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times 2}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times 2}}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times 2}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times 2}}} = \frac{\sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \times$$

$$=\frac{\sqrt{9+4\sqrt{2}}}{\sqrt{4+2\sqrt{2}-1}}=\frac{\sqrt{9+4\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}=\sqrt{\frac{9+4\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}=\sqrt{\frac{(9+4\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{9-8}}=$$

$$= \sqrt{27 + 12\sqrt{2} - 18\sqrt{2} - 16} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} - \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{3 - \sqrt{2}} = 1.58578644...$$



Augulo rectilines "4.6" del diedo formado por mos cara madrada y otra exaganal regular.

Aplicando la formula general [4] (ver lan. 33)

Cambien puede obtenerse directamente, asi:

$$\frac{t_{3}}{t_{3}} = \frac{t_{3}}{t_{4} - 6} = \frac{t_{3}}{t_{4}} = \frac{t_{4$$

$$= \frac{4 + 2\sqrt{2}}{1 - (3 + \sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2)} = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{1 - 5 - 4\sqrt{2}} = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{4 + 4\sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(2+\sqrt{z})(2\sqrt{2}-2)}{8-4} = \frac{4\sqrt{2}+4-4-2\sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= -\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.70710678 \qquad \text{ly to } x_0 = \overline{1}, 2494850$$



valor coincidente con el calculado anteriormente

Augulo uctilines "12-8" del diedes formado por una cara cuadrada y otra octogonal

Aplicando la fórmula general [4] (ver lam. 33)

$$\Psi_{4-8} = 4 + 4 = 77^{\circ} 14' 8.2'' + 57^{\circ} 45' 51.8'' = 135^{\circ}$$

Cambien puede obtenerse directamente, asi:

$$\frac{6}{1-7} = -\frac{6}{6} = \begin{bmatrix} -1 \end{bmatrix}$$
 phaciendo $\times_0 = \pi - \Psi_{4-8}$, rela:

valor coincidente con el «alculado anteriormente,

La exagonal y otra octogonal

Aplicando la fóramula general [4] (ver lam. 33)

$$|\Psi_{6-8}| = \alpha_6 + \alpha_8 = 67^{\circ} 30' + 57^{\circ} 45' 51.8'' = 125^{\circ} 15' 51.8''$$



Cambien puede obtenence directamente, asi:

$$= \frac{4}{1 - (3 + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2)} = \frac{4}{1 - (1 + 2\sqrt{2})} = -\frac{4}{2\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

Anon intersi "5" del arquemodiano

les y 6 octogonales, todas de lado "l".

La apotema de la cara escagonal, sera: (ver laim 42, 49)

ba apotema de la cara octogonal, será: (ver lam. 40, 1,9)

y el area lateral S

$$\int_{12}^{2} \ell^{2} + 8 \times \frac{6}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \ell^{2} + 6 \times \frac{8}{2} \times \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{2} \ell^{2} =$$



May a " 14

$$= \left(12 + 12\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 2\sqrt{2}\right) \ell^{2} = 12\left(1 + \sqrt{3} + \sqrt{\frac{4}{2}} + \sqrt{\frac{2}{2}}\right) \ell^{2} =$$

$$= 12\left(1 + \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1\right) \ell^{2} = 12\left(2 + \sqrt{3} + \sqrt{3}\right) \ell^{2} = 61, 75517244...\ell^{2}$$

Nolumere "V" del arquimediano

Lu volumen serà pues:

$$V = 12 l^{2} \times \left(\frac{3+\sqrt{2}}{2}:3\right) l + 12 \sqrt{3} l^{2} \left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{2}:3\right) l + 12 \left(\sqrt{2}+1\right) l^{2} \left(\frac{2\sqrt{6}+1}{6}\right) l$$

$$= \left[2(3+\sqrt{2}) + 2\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{3}) + 2(\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}+1) \right] \ell^{\frac{3}{2}} =$$

$$= (6 + 2\sqrt{2} + 2 \times 3\sqrt{2} + 6 + 2(4 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1)) \ell^{3} =$$

$$= (6 + 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 6 + 10 + 6\sqrt{2}) \ell^{3} = (22 + 14\sqrt{2}) \ell^{3} =$$

$$= 2(11+7\sqrt{3})\ell^3 = 41,79898985...\ell^3$$

FIGURA CORPOREA

Le obliene por acoplamients de 12 matrodos de lado l = 23,7 mm; de 2 evagenos y 6 votogones, también



En el cuadro sinóptico que damos a continuación, cusumimos los resultados analíticos obtenidos anteriormente. CUADRO SINÓPTICO

Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximado
a	V13 + 6 12 0	2. 31 76 11l
Ь	$\sqrt{\frac{6+3\sqrt{2}}{2}}$ &	2, 26 30 33 f
C4	$\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ ℓ	2. 20 71 07l
C ₆	V6 + V3 2	2.09 07 70l
C_{∂}	2V2+1 2	1. 91 42 14 £
du	<u>√2</u> ℓ	0, 70 71 07 {
de	1 &	1.000000
d ₈	$\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}} \ell$	1, 30 65 63 {
m	V 6 (14 + V2) {	0. 97 64 51l
\propto_4	tg <4 = 3 + V2	tg &4 = 4, 41 42 14
≪ ₆	ty % = 1 + V2	tg 46 = 2, 41 42 14 46 = 67° 30' 0.0"
√8	tg ×8 = 3 - V2	tg 4g = 1, 58 57 86 48 = 57° 45' 51,8"
44-6	$tg \Psi_{4-6} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	tg 44-6 = - 0.70 71 07 44-6 = 144° 44' 8,2"
44-8	tg 42-8 = -1	9 ₄₋₈ = 135° 0' 0,0"
Y 6-8	tg 46-8 = - V2	To 96-8 = - 1, 41 42 14 96-8 = 125° 15' 51.8"
S	12 (2+ 12+13) 22	61. 75 51 72l ²
V	$2(11 + 7\sqrt{2}) t^3$	41, 79 89 90 l³



PROCESO GRÁFICO - ANALÍTICO

Después del cálculo de las magnitudes principales, vauxos a proceder, en la lámina 43, or la representación gráfica del Arquimediano II.

Para su trasado mos valdremos de cotas calculadas por las formulas anteciores, y de procesos gráficos.

Con este objeto, calculeuros previamente las signientes magnitudes:

l_{x1} = Dato del ejercicio = 23.7 mm

a = 2, 31 76 11 ... x 23, 73 = 55,0 mm

b = 2, 26 30 33 ... x 23, 73 = 53,7 mm

C4 = 2, 20 71 07... × 23,73 = 52.4 mm

C = 2, 09 07 70 -- x 23.73 = 49.6 mm

Cg = 1, 91 42 14... x 23.73 = 45,4 11.00

da = 0, 70 71 07 ... x 23,73 = 16,8 mm

de = 1, cc 00 00... x 23,73 = 23,7 mm

do = 1.30 65 63...× 23,73 = 31.0 mm

El orde de operaciones del trazado gráfico (lam. 43) es el signiente:

1º Situar el centro O, de coordenadas O (72, 72, 85) mm.

2º Dibujar, en I, II g II las projecciones de la esfera circumscrita, de radio a = 55 mm.



3° l'apresentar en I, II , III, las caras octogonales emperior 1 al 8, e inferior 41 al 48, supresti et potiet à consendo con dichas caras paralelas a II, y un lado prependicules a I (utilicese la cota "ci" en I J.II, y la "di" en II).

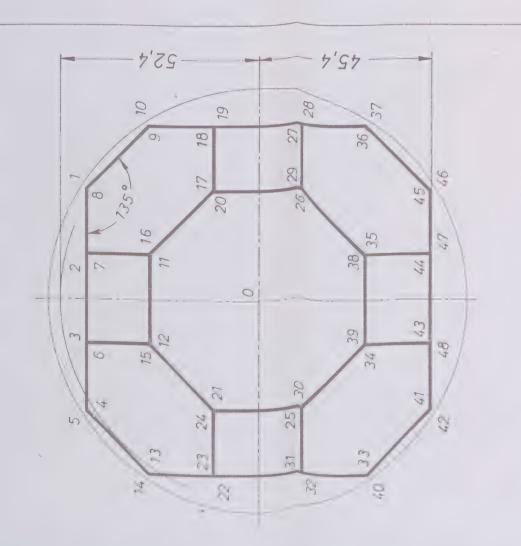
4° Representar en I, II y III las caras octogonales anteniore (15-24-25-34-35-26-17); porterior (12-21-30-39-38-29-20-11);
lateral iequierda (13-22-31-40-33-32-23-14) y lateral derecha
(10-19-28-37-36-27-18-9), significado el mismo proceso que el dado en el anterior trazado 3°.

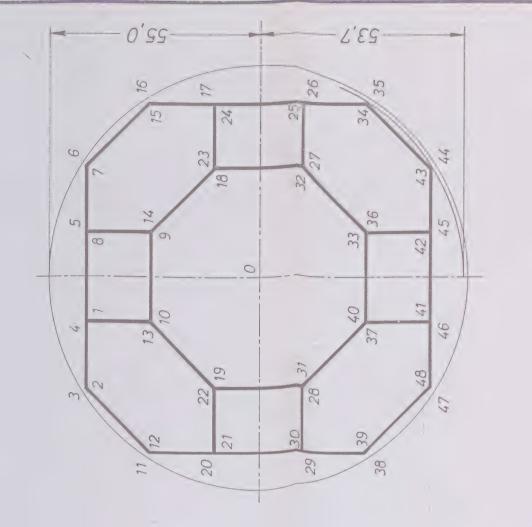
5° Completar las proyecciones en I, II ; II de las avistas cestantes (paralelas a les ajes principales o a sur lisectrices).

Observese que por la posición elegida en la reprecentación de este arquimediano, son equales las proyecciones de sus tres matas annemado locacamen te es distinta la commerción de sus vértices.



Z+





ARQUIMEDIANO XI

0

12	∞	9	48	72	€ 0
- 11	[1	-11	- []	- 11	+
2	0	ů	>	A	0.
Número de caras cuadradas	caras exagonales	caras octògonales	vértices	ıristas	Número de caras de un ángulo sólido: 1P. + 1P. + 1P.
de	de		de	de	de
Número	Número	Número de	Número de	Número de aristas	Número

ENUNCIADO

Representar por el método gráficocara concurren un cuadrado, un exágoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano XI, en el que en cada no y un octógono, todos regulares.

La longitud de su lado es de 23,7 coordenadas de su centro 0, son: 0 (72, 72, 85) mm. milimetros y las

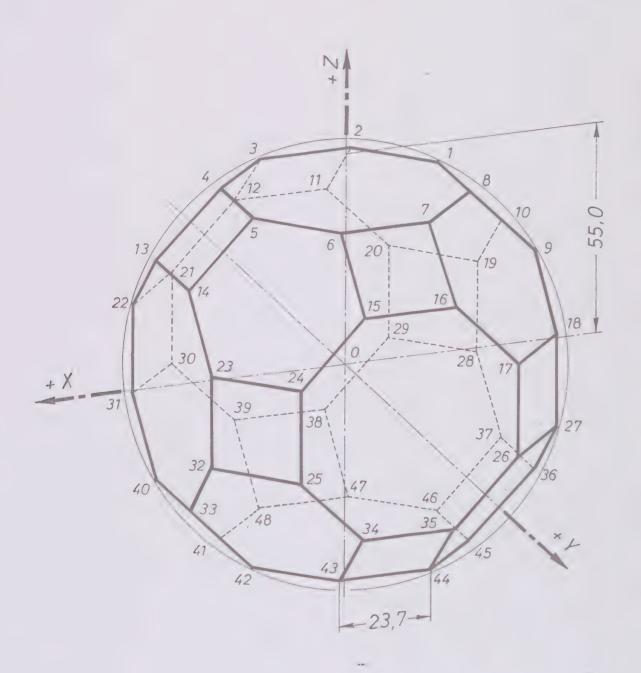
Dibujar en formato A3v y a esca-

1+

	58/19	37	98	27	
11 20	~/	997	45		16 17
12 39 38	3 48 47	0		6 43	34 35
330	15	7 000	5 42	2/	25
	C1	M)	7	~	

(firma)	CUrso	Arquimediano XI
Propuesta De entrega Entregada Califi- cación		Arqui
Prot Fecha:	Alumno:	Escala 1 . 1





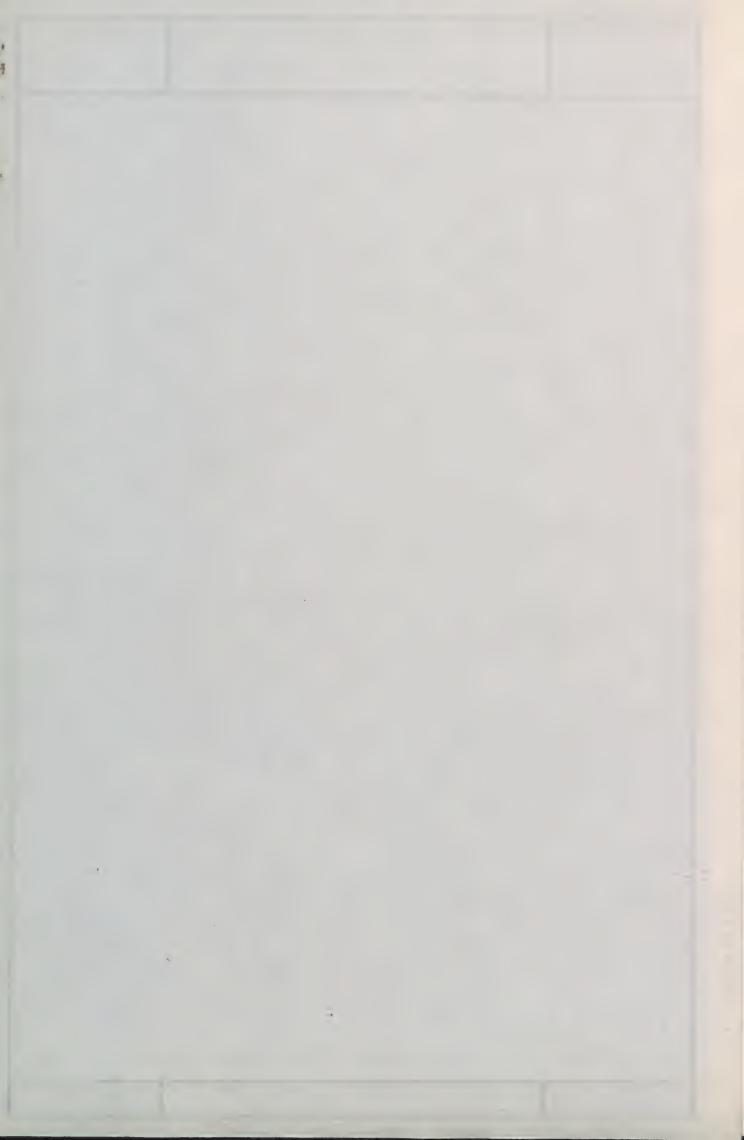


ENLINCIADO

l'anos I. II q III, el arquimediano XII, en el qui en de circa concurren un cuadrado, un exagono que de decieno, tente arquimediano, tente arquimediano, un exagono que decieno, tente arquimediano.

de madas de su centro 0, sou: 0 (72, 72, 85) mm: ...
Dibujar en formato A3V, a escala 1:1.

 $p_{ATOS}:$ 0 (73, 23, 85) mm $\ell_{g_{H}} = 14.5$ mm



CONSIDERACIONES PREVIAS

Lequinemos en el estudio de este arquimediano, las diactricis y férmulas generales plantadas en el "Arquimediano I", lam. 33.

Las magnitudes signientes:

l = Anista del Anquimediano XII (dato del ejercicio)

a : Radio de la esfera circumscrita

b = Radio de la essera tangente a les aristes

C4 = Radio de la essera Tangente a las caras cuadradas.

Co : Padio de la espera tampente a las casas exagenales

C10 = Radio de la esfera tanquite a las caras dicagoniales

de : Radio de la circumferencia circumscrita a una caca cuadrada.

de : Radio de la circumferencia circumserite a una cara exagonal

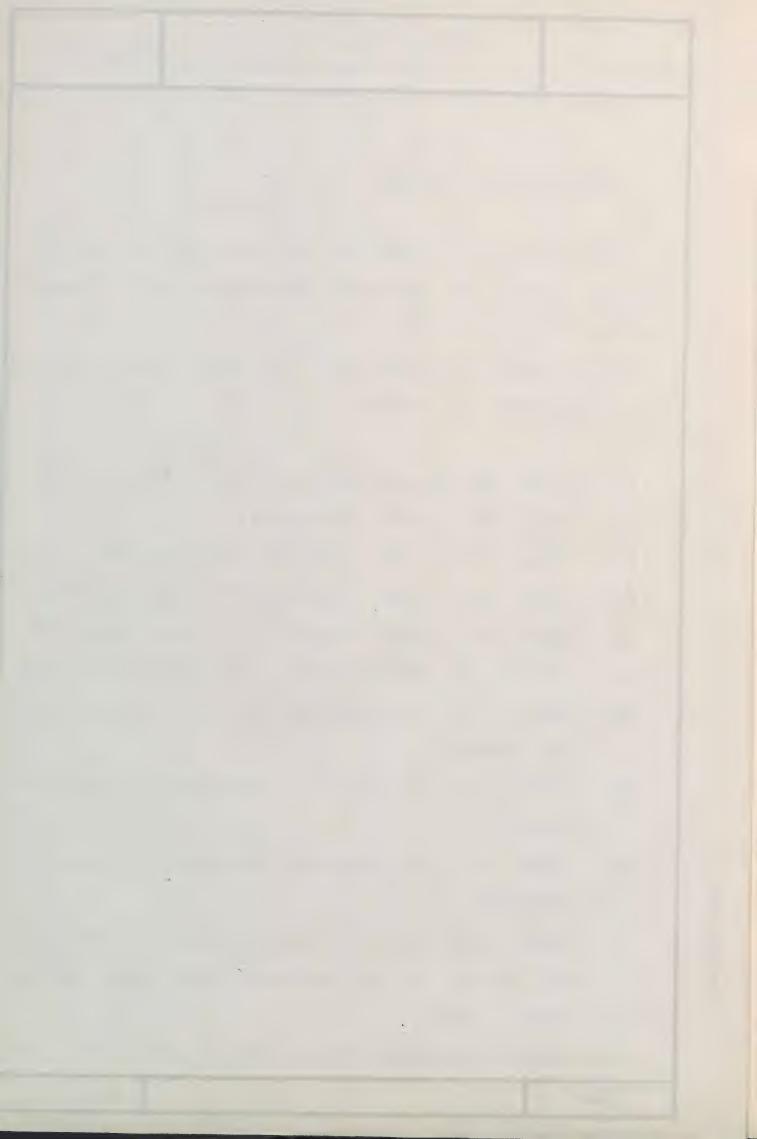
dro= Radio de la circumperencia circumscrita a una cara decagonal.

m = Radio de la circumposencia circumsenta al poligoneo obtenido al unir los extremos de las aristas de un angulo sólido.

X4: Angulo rectilines del diedro formado por una

30

5 - 5 - 73



cara cuadrada, con el plano diametral del arquionediano que pasa por una arista de aquella.

« = Anquelo rectilineo del diedro formado por ma cara exagonal, con el plano diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquilla.

de cagonal, con el plano diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquielle.

4-6 = Angulo actilines del diedro formado por una cara cuadrada y stra exagenal.

4.10 = Angulo recitiono del dedro formado por una cara cuadrada y otra decogonal.

46-10 = Angulo aectilines del diedro formado por una cara exagonal,

5 = Superficie

V = Nolumen

PROCESO GRAFICO-ANALÍTICO

El estudes reacesais de este arquimedences, aver endien

que re comprese de 30 mas madradas, 20 caras escaçamoles

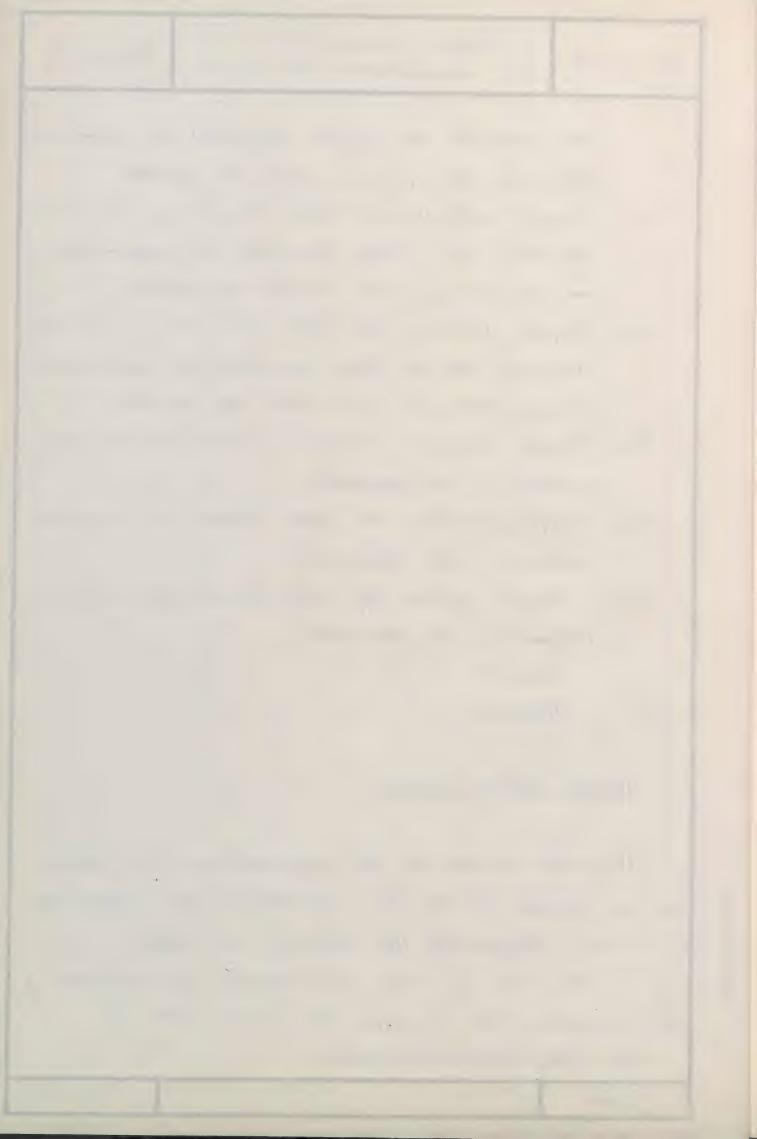
g 12 caras decagonales; 120 vértices g 180 aristas

En rest restre unavera una madrado, um escipenes j

un decagame todos regulares de iseral lado !"

Loi pues, tendremos que:

-

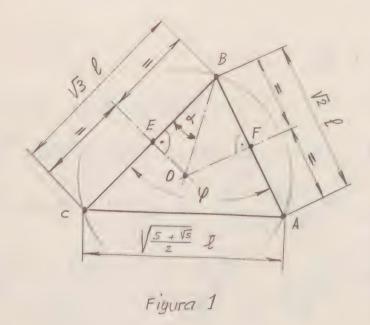


Calculo de sus magnitudes

Drista "l" del arquime diano

Dato del ejercicio

Radio "m" de la circum ferencia circumscrita al poligonio obtenido al unir los extremos de las tres aristas que concurren en un ángulo solido



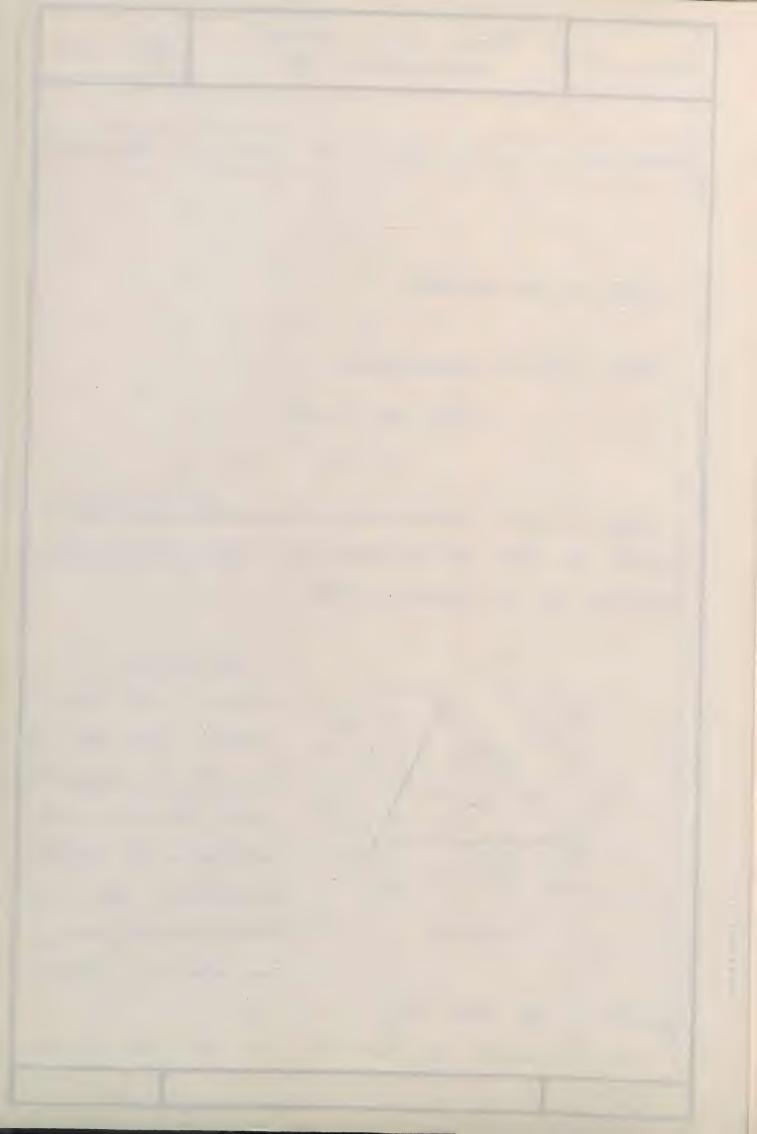
Este poligono es un triangulo A-B-C (fig. 1), escaleno, cuyos lados AB, BC 2 CA, son respectivamente las diagonales
que unen tres virtices
consecutivos de un ma drado, un exagono j
un decagono, todos re-

quelares y de lado "l".

le demnestre en geometria que estes diagonales son:

TO

5 - 5 - 73



a) En el cuadrado (diagonal) AB = VE l

[7.]

b) En el escargono (lado del triangulo inscrito)

BC = V3 {

[2]

c) En el de casono (lado del pentagono regular inscrito) CA = $\sqrt{\frac{5+15}{2}}$ l

[3]

De la figura 1, se deduce:

$$\overline{BO} = M = \overline{BE}$$
 $\overline{COS} \propto BF$
 $\overline{COS} (9-x)$

[4]

BE x cos (4-x) = BF x cos x "

 $\frac{\sqrt{3}}{2} \ell \cos \left(\varphi - \alpha \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \ell \cos \alpha \quad , \quad \sqrt{3} \cos \left(\varphi - \alpha \right) = \sqrt{2} \cos \alpha$

 $cos\left(\varphi-\alpha\right)=\sqrt{\frac{2}{3}}cos\alpha$

[5]

por otra parte terremos:

 $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{BA}^2 - 2 \times \overline{BC} \times \overline{BA} \times \overline{COS} \Psi = \overline{BC}^2 + \overline{BA}^2 - \overline{AC}^2 = 2 \times \overline{BC} \times \overline{BA} \times \overline{COS} \Psi$

 $|COS \varphi| = \frac{\overline{BC}^2 + \overline{BA}^2 - \overline{AC}^2}{2 \times \overline{BC} \times \overline{EA}} = \frac{(\sqrt{3}\ell)^2 + (\sqrt{2}\ell)^2 - (\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}\ell)^2}{2 \times \sqrt{3}\ell \times \sqrt{2}\ell}$ de dande

 $\frac{3+2-\frac{5+\sqrt{5}}{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{5-\frac{5+\sqrt{5}}{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{5-\sqrt{5}}{4\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}-\sqrt{30}}{4\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}-\sqrt{30}}{24}$ [6]

De [5] re deduce:

 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ cos $d = cos (\varphi - x) = cos \varphi cos x + seu \varphi seu d$ [7]



Despejando de [7] " en d', y sustituyendolo en [4], tendremos (rer desarrollo de este calculo en lam. 43, pags 4,5)

$$m = \sqrt{\frac{5 - 6\sqrt{2}}{4(1 - \cos^2 \varphi)}} \times \ell$$
 [8]

en la que "es &" esta dado por la expression [6]. Fara calcular m, tendremos:

a) Para el numera dos del nadical:

$$5-6\sqrt{\frac{2}{3}}\cos \varphi = 5-6\sqrt{\frac{2}{3}} \times \frac{5\sqrt{6}-\sqrt{30}}{24} = 5-6\times \frac{\sqrt{2}(5\sqrt{6}-\sqrt{30})}{\sqrt{3}\times 24} =$$

$$= 5 - 6 \times \frac{5\sqrt{12} - \sqrt{60}}{24\sqrt{3}} = 5 - \frac{5 \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{15}}{4\sqrt{3}} = 5 - \frac{5\sqrt{3} - \sqrt{15}}{2\sqrt{3}} = 5 - \frac{15 - \sqrt{45}}{6} = 5 - \frac{15 - \sqrt{45}}{6} = \frac{15 - \sqrt{45}}{$$

$$= 5 - \frac{15 - 3\sqrt{5}}{6} = \frac{30 - 15 + 3\sqrt{5}}{6} = \frac{15 + 3\sqrt{5}}{6} = \boxed{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}}$$

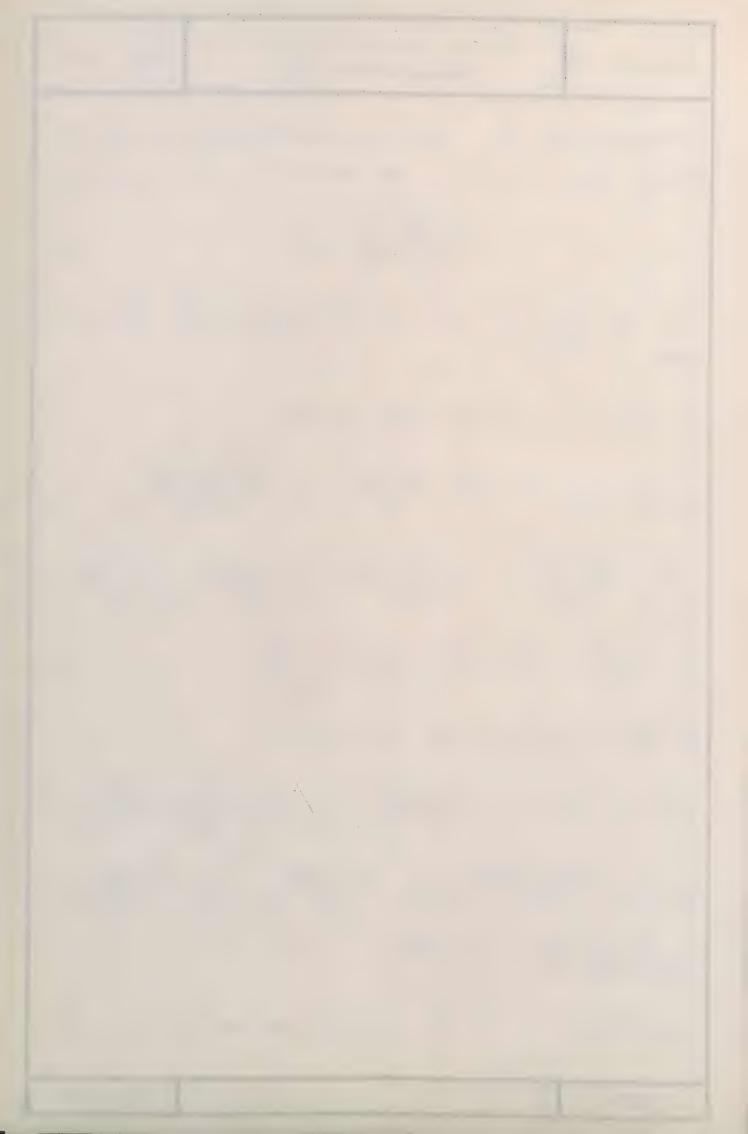
b) Para el denominador del radical:

$$4\left(1-\cos^{2}\varphi\right)=4\times\left(1-\left(\frac{5\sqrt{6}-\sqrt{30}}{24}\right)^{2}=4\times\left(1-\frac{25\times6+30-10\sqrt{120}}{24^{2}}\right)$$

$$= 4 \times \left(1 - \frac{150 + 30 - 60 \sqrt{5}}{24^2}\right) = 4 \times \left(1 - \frac{180 - 60 \sqrt{5}}{24^2}\right) = 4 \times \left(1 - \frac{15 - 5 \sqrt{5}}{2 \times 24}\right) =$$

$$= 4x \frac{48 - 15 + 5\sqrt{5}}{48} = \frac{33 + 5\sqrt{5}}{12}$$

augos valores enstitueros en [2], mos dans finalmente:



$$m = \sqrt{\frac{5 - 6\sqrt{\frac{2}{3}}\cos \varphi}{4(1 - \cos^2 \varphi)}} \ell = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \cdot \frac{33 + 5\sqrt{5}}{12} \times \ell = \sqrt{\frac{6(5 + \sqrt{5})}{33 + 5\sqrt{5}}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{6(5+\sqrt{5})(33-5\sqrt{5})}{33^2-125}} \times \ell = \sqrt{\frac{6(165+33\sqrt{5}-25\sqrt{5}-25)}{764}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{3(140 + 8\sqrt{5})}{482}} \times \ell = \sqrt{\frac{3(70 + 4\sqrt{5})}{241}} \times \ell = \sqrt{\frac{6(35 + 2\sqrt{5})}{241}} \times \ell =$$

= 0, 99 13 16 18 &

Para el caso del dibujo, esca: m = 0.99 16 16 18 ... x 14, 46 = 14,3 mm

Radio "a" de la esfera circumscrita

Aplicando la formula general [1] (ver lam. 33)

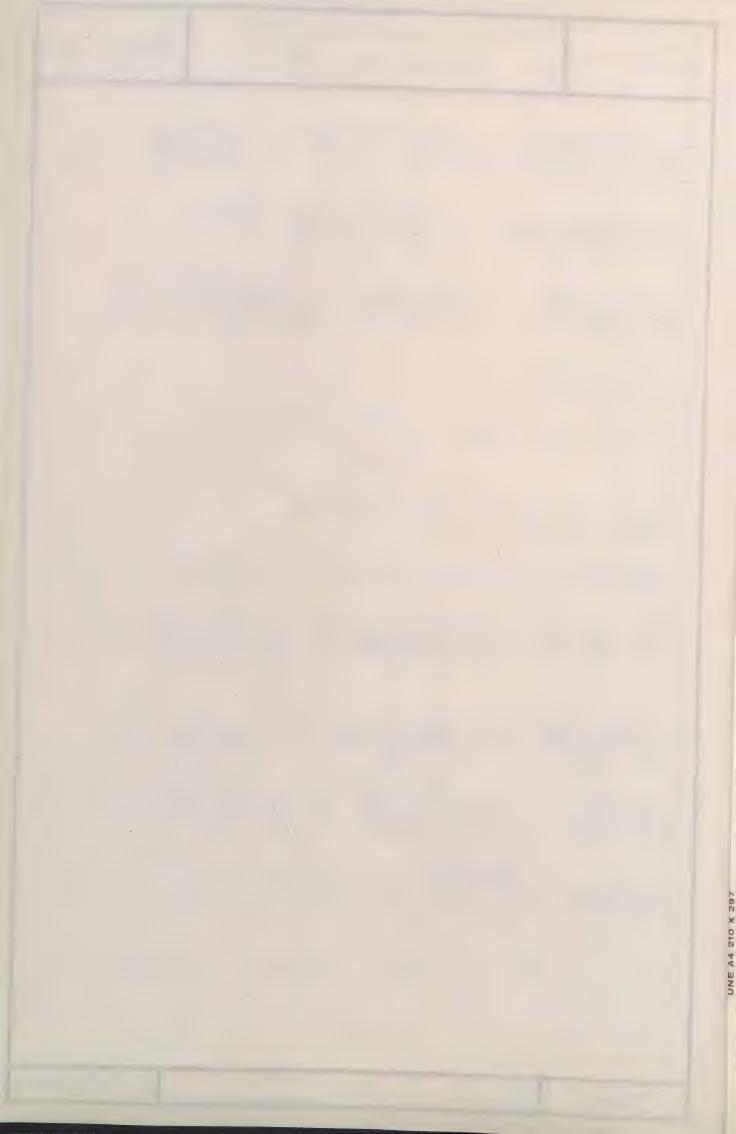
$$a = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - m^2}} = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - (\sqrt{\frac{c(25 + 2\sqrt{5})}{24I}}\ell)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{c(25 + 2\sqrt{5})}{24I}}} \cdot \ell =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{210 + 12\sqrt{5}}{241}}} \times \ell = \frac{1}{2\sqrt{\frac{241 - 210 - 12\sqrt{5}}{241}}} \times \ell = \frac{1}{2\sqrt{\frac{31 -$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{241}{31-12\sqrt{5}}} \times \ell = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{241(21+12\sqrt{5})}{31^2-12^2+5}} \times \ell = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{241(21+12\sqrt{5})}{241}} \times \ell =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{31 + 12 \sqrt{5}} \times \ell = \boxed{\frac{\sqrt{31 + 12 \sqrt{5}}}{2}} \ell = 3,80 \ 23 \ 94 \ 50 - ... \ell$$

Para el caso del dibujo, sera: a = 55 mm l = 14,46 mm



Cado "b" de la esfera Tangente a las avitas

Aplicando la sommete general [3] (me tom. 33)

$$|b| = \sqrt{a^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{\sqrt{31 + 12\sqrt{5}}}{2}} \ell^2 - \frac{\ell^2}{4} = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4} - \frac{1}{4}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{30 + 12\sqrt{5}}{4}} \times \ell = \sqrt{\frac{30 + 12\sqrt{5}}{2}} \ell = \frac{3,76.92.77}{2}...\ell$$

Para el caro del dibujo, sera: b: 3,76 93 77 12. x 14,46 = 54.5 mm

Radio "du" de la circumferencia circumscrite a una rava auadrada de lado "l".

Le demnestra en Formetria, es

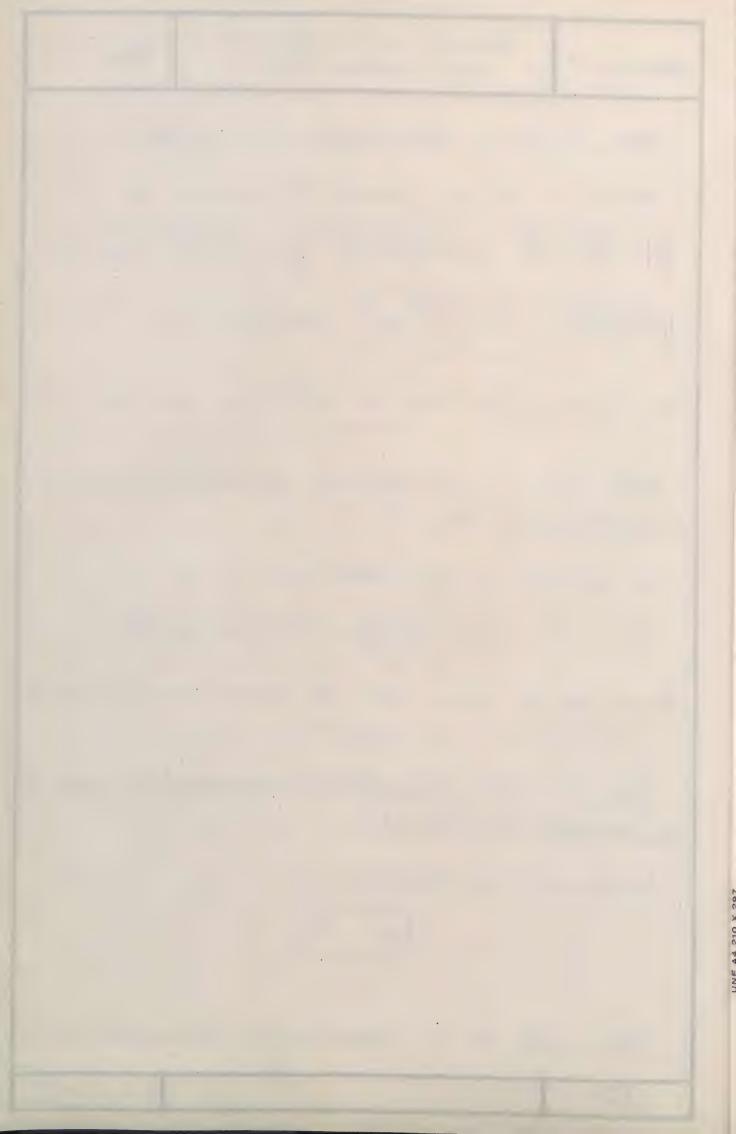
$$d_{\lambda} = \frac{\sqrt{2}}{2} \ell = 0.70710678... \ell$$

Vara el caso del dibujo, cerà: d. = 0.70 71 06 78... × 14.16 = 10,2 mm

Paris "de" de la circumferencia circumscrite a una a.

Le dennestra en Geometria, es

Radio "dio" de la circumferencia circumscrita a una



decagonal de « é « L"

Le dismustre en finneture, es

$$d_{10} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \ell = 1, 61 80 33 99... \ell$$

Para el caso del dibujo, sera: dio = 1.61 80 33 99 -.. x 14,66 = 23,4 mm.

Madio "C." de la esfera tangente a las caras cuadradas de la do "l"

Aplicando la fóranula general [2] (ver lam. 33)

$$C_4 = \sqrt{a^2 - (d_4)^2} = \sqrt{\frac{\sqrt{31 + 12\sqrt{5}}}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} - \frac{2}{4} \times \ell = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} - \frac{2}{4} \times \ell = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} + \sqrt{\frac{2}{4}} \times \ell = \sqrt{\frac{2}{4}} \times \ell$$

$$= \sqrt{\frac{29 + 12 \sqrt{5}}{4}}, \quad \ell = \sqrt{\frac{29 + 12 \sqrt{5}}{2}} \quad \ell = 3.73 60 67 98 ... \quad \ell = 2 \sqrt{\frac{2\sqrt{5} + 3}{2}}$$

Para el caro del dibero. esca: C4 = 3,73 60 67 98 -- × 14,46 = 54,0 mm

Radio "Co" de la esfera Tangente a las caras exago.

Aplicando la forannela general [2] (ver lan. 33)

$$C_6 = \sqrt{a^2 - (d_6)^2} = \sqrt{(\sqrt{21 + 12 \sqrt{5}} + 1)^2 - \ell^2} = \sqrt{\frac{31 + 12 \sqrt{5}}{4} - 1} - \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{27 + 12\sqrt{5}}{4}} \cdot \ell = \frac{\sqrt{27 + 12\sqrt{5}}}{2} \cdot \ell = \frac{\sqrt{3}(9 + 4\sqrt{5})}{2} \cdot \ell = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{\frac{10}{2} + \sqrt{\frac{8}{2}}})}{2}$$

* continua el calcula en el reverse

CEC

9 - 5 - 73

$$\frac{1}{2} \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}}}{2} \left(- \frac{\sqrt{29 + 11}}{2} + \sqrt{\frac{29 - 11}{2}} \right) = \frac{\sqrt{20} + \sqrt{9}}{2} \left(- \frac{2\sqrt{5} + 3}{2} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+2)}{2} \cdot \ell = \frac{\sqrt{15}+2\sqrt{3}}{2} \cdot \ell = 3,66854249....\ell$$

Pare el caso del dibujo, será: C6 = 3, 66 85 12 19... x 14.16 = 53,0 mm

Radio "Go" de la esfera tangente a las caras decaço-

Aplicando la foramula general [2] (ver lan, 33)

$$C_{10} = \sqrt{a^2 - (d_{10})^2} = \sqrt{\frac{\sqrt{31 + 12\sqrt{5}}}{2} \ell}^2 - (\frac{\sqrt{5} + 1}{2} \ell)^2 =$$

$$= \sqrt{\frac{31+12\sqrt{5}}{4}} - \frac{6+2\sqrt{5}}{4}, \ell = \sqrt{\frac{25+10\sqrt{5}}{4}}, \ell = \sqrt{\frac{25+10\sqrt{5}}{2}}, \ell = 2$$

= 3, 44 09 54 80 --- &

Fara el caro del dibujo, sera: C,0 = 3,44 09 54 80. x 14,46=49,8 mm

Angulo rectelines "×4" del diedos formado por una cara madrada, um el plano diametral del arquimedrano que pasa por una arista de aquelle.

Le obtiene, en función de su tangente, por la fóremula general [5] (ver lam. 33)

$$\frac{t_{9} \propto_{4}}{\sqrt{4 (d_{4})^{2} - \ell^{2}}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}}}{2} \ell}{\sqrt{4 (\frac{\sqrt{2}}{2} \ell)^{2} - \ell^{2}}} = \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}}}{\sqrt{4 \times \frac{1}{2} - 1}} = \sqrt{29 + 12 \sqrt{5}}$$

* a ver mayor simplificación en el revers

9-5-7

$$\sqrt{29} + 12 \sqrt{5} = \sqrt{\frac{29+11}{2}} + \sqrt{\frac{29-11}{2}} = \sqrt{20} + \sqrt{9} =$$

= 7, 47 21 35 96 ...

Anquio rectilines "x6" del dieto forcado por una cara exagonal, con el plano diarmetral del arquiperdieno que pasa por una arista de aquella.

Le obtiene, en funcion de su tangente, aplicande la fironnela general [5] (ver lan. 33).

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \propto \frac{2}{6} = \frac{2}{\sqrt{4}(d_6)^2 - \ell^2} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{15} + 2\sqrt{3}}{2} \ell}{\sqrt{4} \ell^2 - \ell^2} = \frac{\sqrt{15} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{45} + 6}{3}$$

$$=\frac{3\sqrt{5}+6}{3}=\sqrt{5}+2=4,23606798$$

Angula rectiones "×10" del diedro formado por una cava decagonal, con el plans di anetral del arquirmed amo que pasa por una asista de aquilla.

Je obtiene, en función de su tangente, a plicando la fórmula general [5] (ver lam. 33)

$$\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{2 C_{10}}{\sqrt{4 (d_{10})^2 - \ell^2}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{25} + 10 \sqrt{5}}{2} \ell}{\sqrt{4 \times \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2} \ell\right)^2 - \ell^2}} = \frac{\sqrt{25} + 10 \sqrt{5}}{\sqrt{4 \times \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} - 1}} = \frac{\sqrt{4 \times \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} - 1}}{\sqrt{4 \times \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} - 1}}$$



$$= \frac{\sqrt{25 + 10 \sqrt{5}}}{\sqrt{6 + 2 \sqrt{5} - 1}} = \sqrt{\frac{25 + 10 \sqrt{5}}{5 + 2 \sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{(25 + 10 \sqrt{5})(5 - 2 \sqrt{5})}{25 - 20}} = \sqrt{\frac{125 + 50 \sqrt{5} - 50 \sqrt{5} - 100}{5}}$$

$$=\sqrt{\frac{25}{5}}=\sqrt{5}=2, 23 60 67 98-$$

Angulo rectilisseo " 92-6" del diedro los modo por una cara cuadrada y otra exagonal regular

Aplicando la foranula general [4] (ver lam. 33)

$$|\Psi_{4-6}| = \alpha_4 + \alpha_6 = 82^{\circ} 22' 38.5'' + 76^{\circ} 43' 2.9'' = 159^{\circ} 5' 41.4''$$

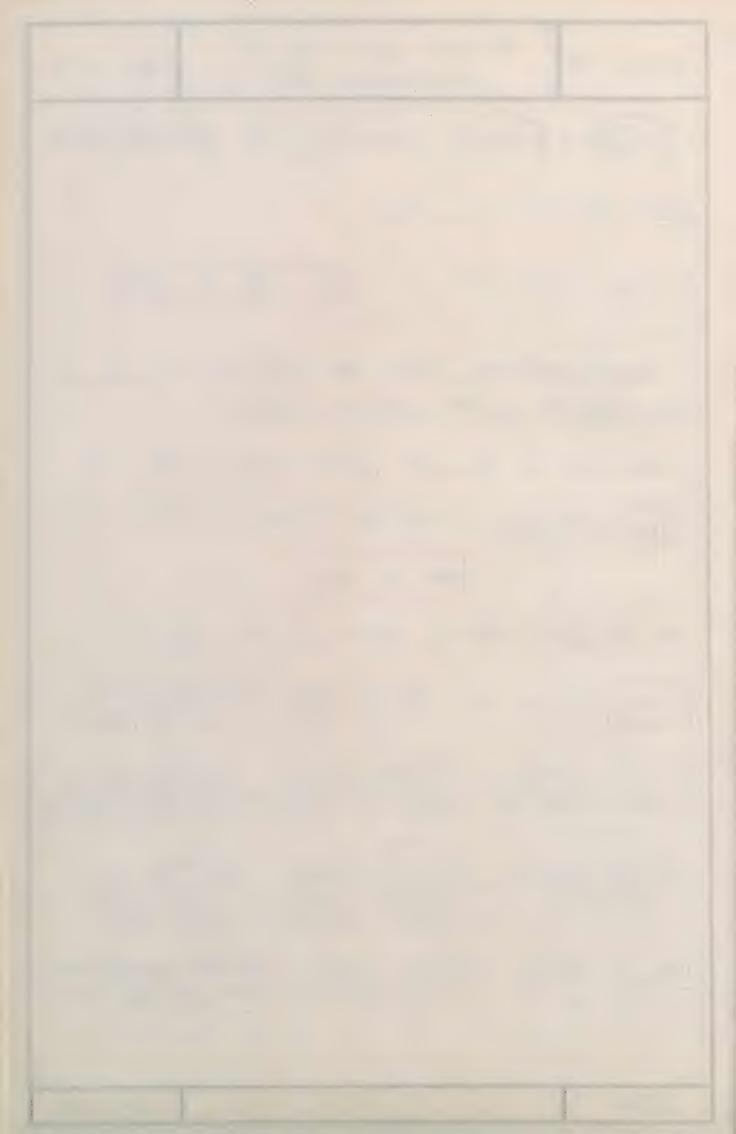
Eambien puede obtenerse directamente este valor:

$$tg \ \Psi_{4-6} = tg (\alpha_{4} + \alpha_{6}) = \frac{tg \alpha_{4} + t_{5} \alpha_{6}}{1 - t_{5} \alpha_{4} t_{5} \alpha_{6}} = \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{1 - \sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} \times (\sqrt{5} + 2)}$$

$$= \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{1 - \sqrt{(29 + 12 \sqrt{5})}(\sqrt{5} + 2)^2} = \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{1 - \sqrt{(29 + 12 \sqrt{5})}(9 + 4\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{1 - \sqrt{261 + 108 \sqrt{5}} + 116 \sqrt{5} + 240}$$

$$= \frac{\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{1 - \sqrt{501 + 224\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{1 - (\sqrt{\frac{501 + 17}{2}} + \sqrt{\frac{501 - 17}{2}})} = \frac{\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{1 - \sqrt{256} - \sqrt{245}}$$

$$\frac{\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{1 - 16 - 7\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)}{7\sqrt{5} + 15} = \frac{\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} + (\sqrt{5} + 2)\sqrt{7\sqrt{5} - 15}}{7\sqrt{5} + 15}$$



Samuel Lile

Filiedes arquimodianos

Hye " 12

$$= -\frac{(7\sqrt{5}-15)*\sqrt{29+12\sqrt{5}}+(\sqrt{5}+2)(7\sqrt{5}-15)}{20}$$

$$= \frac{\sqrt{(29 + 12 \sqrt{5}) (7 \sqrt{5} - 15)^2} + (35 + 14 \sqrt{5} - 15 \sqrt{5} - 30)}{20}$$

$$\sqrt{(29+12\sqrt{5})(245+225-210\sqrt{5})}$$
 + $(5-\sqrt{5})$ = $\sqrt{(29+12\sqrt{5})(470-210\sqrt{5})}$ + $(5-\sqrt{5})$

$$\frac{\sqrt{10(29+12VF)(47-21VF)}+(5-VF)}{20} = \frac{\sqrt{10(1363+564VF-609VF-1260)}+(5-VF)}{20}$$

$$\frac{\sqrt{10} \left(103 - 45\sqrt{5}\right) + \left(5 - \sqrt{5}\right)}{20} = \frac{\sqrt{10} \cdot \left(\sqrt{\frac{103 + 22}{2}} - \sqrt{\frac{103 - 22}{2}}\right) + \left(5 - \sqrt{5}\right)}{20}$$

$$= \frac{\sqrt{10} \left(\sqrt{\frac{125}{2}} - \sqrt{\frac{81}{2}} \right) + \left(5 - \sqrt{5} \right)}{20} + \frac{\sqrt{\frac{1250}{2}} - \sqrt{\frac{810}{2}} + 5 - \sqrt{5}}{20}$$

$$= \frac{\sqrt{625} - \sqrt{405} + 5 - \sqrt{5}}{20} = \frac{25 - 9\sqrt{5} + 5 - \sqrt{5}}{20} = \frac{30 - 10\sqrt{5}}{20} = \frac$$

$$= \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = -0.38 19 66 01.$$

$$=-\left(-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)=\frac{3-\sqrt{5}}{2}=0,38196601...$$

* Ver simplificación en el reverso

*

Se valor obtenido as hubiese hallado (mai facil
resente utilizando el mai pimplificado de

to do = V29 + 12 VF = 215 + 3

que se detalla al dorsa de la hoja 9.

Les calcules, mens laborinos, hubiesen sido:

1- to de to to de (205 + 3) + (15+2)

1- to de to to de (205 + 3) + (15+2)

315 + 5

315 + 5

315 + 5

315 + 5

-15 - 715 - 715 + 15

 $= \frac{(3\sqrt{5} + 5)(7\sqrt{5} - 15)}{\sqrt{9} \times 5 \cdot 15^{2}} = \frac{21 \times 5 + 35\sqrt{5} - 45\sqrt{5} - 75}{20} = \frac{30 - 10\sqrt{5}}{20}$

UNE A4 210 X

salor coincidente con el calculado anteriormente.

ca madrada y otra octogonal

Aplicando la formula general [4] (ver lan. 33)

9₄₋₁₀ = ×4 + ×₁₀ = 22° 22′ 38,5″ + 65° 54′ 18,6″ =

= 148° 16' 57,7"

Puede ottemerse directamente, asi:

ty 94-10 = tg (x4 + x10) = tg x4 + tg x10 = \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + \sqrt{5}}{1 - tg x4 + tg x10} = \frac{1 - \sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} \times \sqrt{5}}{1 - \sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} \times \sqrt{5}}

 $= \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}(29 + 12 \sqrt{5})} = \frac{(\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + \sqrt{5})(4 + \sqrt{5}(29 + 12 \sqrt{5}))}{1 - 5(29 + 12 \sqrt{5})} = \frac{1 - 5(29 + 12 \sqrt{5})}{1 - 5(29 + 12 \sqrt{5})}$

 $= \frac{\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + \sqrt{5} + \sqrt{5} (29 + 12 \sqrt{5}) + 5 \sqrt{29 + 12 \sqrt{5}}}{1 - 145 - 60 \sqrt{5}} + 5 \sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} = \frac{6 \sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + \sqrt{5} (30 + 12 \sqrt{5})}{-144 - 60 \sqrt{5}}$

 $-\frac{\sqrt{29+12\sqrt{5}}+\sqrt{5}(5+2\sqrt{5})}{24+10\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{29+12\sqrt{5}}+(5\sqrt{5}+10)}{2(12+5\sqrt{5})}=$

 $= \frac{\left[\sqrt{29 + 12 \sqrt{5}} + 5 \left(\sqrt{5} + 2\right)\right] \times \left(12 - 5\sqrt{5}\right)}{2 \left(12^2 - 5^2 \times 5\right)} \times \left(12 - 5\sqrt{5}\right) = \frac{\sqrt{(29 + 12 \sqrt{5})(12 - 5\sqrt{5})^2} + 5 \left(\sqrt{5} + 2\right)(12 - 5\sqrt{5})}{2 \times 19}$

 $= \frac{\sqrt{(29 + 12 \sqrt{5})(144 + 125 - 120 \sqrt{5})} + 5(12 \sqrt{5} + 24 - 25 - 10 \sqrt{5})}{2 \times 19}$

 $\frac{\sqrt{(29+12\sqrt{5})(269-120\sqrt{5})}+5(2\sqrt{5}-1)}{2\times19}=$



$$= -\frac{\sqrt{29 \times 269 + 12 \times 269 \sqrt{5} - 29 \times 120 \sqrt{5} - 60 \times 120}}{2 \times 19} + 5(2\sqrt{5} - 1)$$

$$= \frac{\sqrt{601 - 252 \sqrt{5}^2 + 5(3\sqrt{5} - 1)}}{2 \times 19} = \frac{\sqrt{\frac{601 + 209}{2} - \sqrt{\frac{601 - 209}{2} + 10\sqrt{5} - 5}}}{2 \times 19}$$

$$= \frac{\sqrt{405} - \sqrt{196} + 10\sqrt{5} - 5}{2 \times 19} = \frac{9\sqrt{5} - 14 + 10\sqrt{5} - 5}{2 \times 19} = \frac{19\sqrt{5} - 19}{2 \times 19}$$

$$=$$
 $-\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ $=$ -0.61 80 33 99...

$$= -\left(-\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right) = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.61 \ 80 \ 33 \ 99 \dots$$

valor coincidente con el calculado anteriormente.

exagenal y otra octogonal.

Aplicando la férmula general [4] (ver lam, 33)

* Per simplificación en el reverso

* El valor obtenido se hubiere hallado mai facil-

que se detalla al doss de la hoja 9.

bos cálculos, menos laboriosos, hubieren sido:

$$= \frac{3\sqrt{5} + 3}{1 - (10 + 3/5)} = \frac{3\sqrt{5} + 3}{-9 - 3\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5} + 3}{9 + 3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{3 + \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5} + 1)(3 - \sqrt{5})}{4}$$

$$= \frac{3\sqrt{5} + 3 - 5 - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{5} - 2}{4} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Inede obtenerse directamente, asi:

$$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}+1)}{1-(5+2\sqrt{5})} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{-4-2\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{2(\sqrt{5}+2)} = \frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)}{1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}$$

$$=-(5+\sqrt{5}-2\sqrt{5}-2)=-(3-\sqrt{5})=-0,76$$
 39 32 02 ---

$$=-(-(3-\sqrt{3}))=3-\sqrt{5}=0.76393202...$$

valor coincidente con el ga calculado anterioremente.

Area lateral "5" del arquimediano

Le compone de la suma de 30 caras madradas, 20 esca gonales y 12 decaganales

La apotema de la cara exagonal, rerà: (ver lam. 42, 49)

apriliana
$$R = \frac{13}{2} l$$

La apoterna de la cara decagonal, serà: (ver line. 41, h 12)



06 - B

V5 + 1 V5

y it is letteral 5

$$S = 30 \ell^2 + 20 \times \frac{6}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \ell^2 + 12 \times \frac{10}{2} \times \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2} \ell^2 =$$

$$= (30 + 30 \sqrt{5} + 30 \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}) \ell^{2} = 30 (1 + \sqrt{3} + \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}) \ell^{2} =$$

= 174, 29 20 30 20 l²

Volumen "V" del arquimediano

Le compose de la suma de 30 piramides exabase cuadrada q altura "Ch"; de 20 piramides exaquales de altura "Ca" y de 12 decagonales de altuaa "C10". Lu volumen será pues:

$$V = 30 \ell^{2} \times \frac{2\sqrt{5} + 3}{2 \times 3} \ell + 30\sqrt{3} \ell^{2} \times \frac{\sqrt{15} + 2\sqrt{3}}{2 \times 3} \ell + 30\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \ell^{2} \times \frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{2 \times 3} \ell = 0$$

$$= \left[5(2\sqrt{5} + 3) + 5\sqrt{3}(\sqrt{15} + 2\sqrt{3}) + 5\sqrt{5 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \right] \ell^{3} =$$

$$= \left[10 \ \sqrt{5} + 15 + 5 \left(\sqrt{45} + 6 \right) + 5 \sqrt{\left(5 + 2\sqrt{5}\right) \left(25 + 10\sqrt{5}\right)} \right] \ell^3 =$$

$$= \left(1015 + 15 + 5 \times 385 + 30 + 5 \right) \left(125 + 5085 + 5085 + 100\right) \ell^{3} =$$

$$= (25 \sqrt{5} + 45 + 5 \sqrt{225 + 100 \sqrt{5}}) \ell^{3} = (25 \sqrt{5} + 45 + 5 \sqrt{25} (9 + 4\sqrt{5})) \ell^{3} =$$

E8



 $= (25\sqrt{5} + 45 + 25\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}) l^{3} = \left[25\sqrt{5} + 45 + 25\left(\sqrt{\frac{10}{2}} + \sqrt{\frac{8}{2}}\right)\right] l^{3} =$ $= (25\sqrt{5} + 45 + 35\sqrt{5} + 50) l^{3} = (50\sqrt{5} + 95) l^{3} = \left[5\left(19 + 10\sqrt{5}\right) l^{3}\right] =$ $= 206, 80 33 98 88 - - l^{3}$

FIGURA CORPÓREA

Le obtiene par acoplamient de 30 madades de lade l= 14.5 mm; de 20 escaçonos y 12 decapones, tambien aequilares y de ignal tado. El acoplamiento detera lacerre de forma que en cada vértice uncurran
un cuadrado, um escágono y um decagono

En el cuadro simóptico que damos a continuación, cusumiciones los resultados analíticos obtenidos anterior-



CUADRO SINÓPTICO

-15 1		
Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximado
a	V37 + 12 V5 2	3. 80 23 95
Ь	V30 + 12 V5 2	3, 76 93 77 {
C ₄	2 V5 +3 l	3, 73 60 68 2
C ₆	<u>V75 + 2 V3</u> ℓ	3, 66 85 42 8
C ₁₀	V25 + 10 V5	3, 44 09 55l
d4	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ ℓ	0.70 71 072
d ₆	1 l	1,00 00 00l
d10	V5 + 1 2	1.61 80 34l
m	$\sqrt{\frac{6(35+2\sqrt{5})}{241}}$ f	0, 99 13 16l
×4	tg 04 = 2 V5 + 3	$tg \ll_4 = 7, 47 21 36$ $\ll_4 = 82^{\circ} 22' 38.5''$
∝ ₆	$tg \propto_{\varepsilon} = \sqrt{5} + 2$	tg <6 = 4, 23 60 68 <6 = 76° 43' 2,9"
×10	tg 470 = V5	$tg \propto_{10} = 2,23 60 68$ $\propto_{10} = 65^{\circ} 54' 18.6''$
4-6	$tg V_{4-6} = -\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	tg 4.6 = - 0.38 19 66 44.6 = 159° 5′ 41.4″
φ4-10	tg 4.10 = - V5 - 1	tg. 44-10 = - 0.61 80 34 44-10 = 148° 16' 57,1"
46-10	tg 4 = - (3-15)	tg 46-10 = - 0.76 39 32 46-10 = 142° 37' 21.5"
5	30 (1 + 13 + 15 + 2 15) 82	174, 29 20 30 l ²
V	5 (19 + 10 VS) p3	206, 80 33 99 l ³



PROCESO GRÁFICO- ANALÍTICO

Después del cálculo de las magnitudes principales, vamos a proceder en la lámina 44, a la representación gráfica del Arquimediano XII.

Fara su trasado cros valdremos de cotas calculadas pro las formulas anteriores, de procesos análises q de cotas complementarias, cuyo cálculo efectuaremos interiormento. Estas las magnitudes las Atendenes en función del cado "la del arquimediano, cuya longitud es de 14.46 mm.

Mon este objets, calculioner pronamente las signicates magnitudes:

l_{XII} = Dato del ejercicio = 14,5 mm

a = 3,80 23 95... x 14,46 = 55.0 mm

b = 3.76 93 77 -- x 14.46 = 54,5 mm

 $C_{\mu} = 3.736068... \times 14.46 = 54.0 mm$

C₆ = 3,66 85 12 -- x 14,46 = 53,0 mm

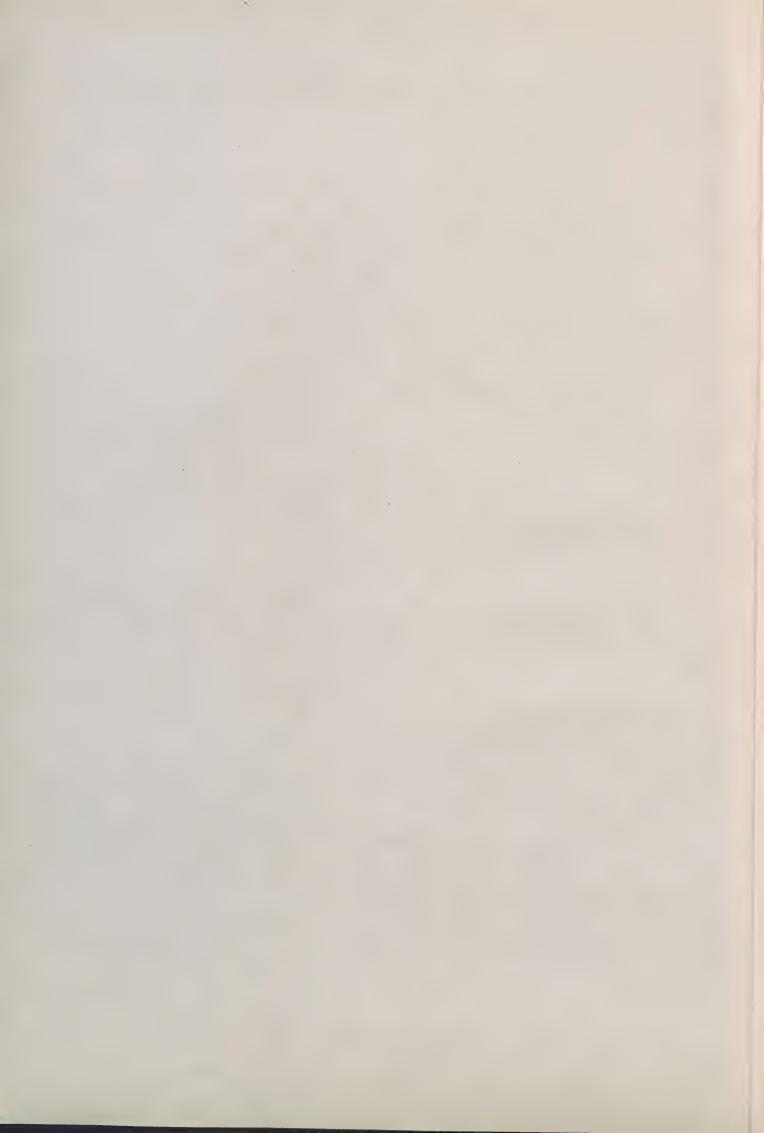
C10 = 3, 44 09 55... × 14,46 = 49.8 mm

d4 = 0, 70 71 07 __ x 14.46 = 10,2 mm

d6 = 1,0000000... 14,46 = 14,5 mm

d10 = 1. 61 80 34 --- × 14,46 = 23,4 m. m

Antes de proceder al trasado gráfico, observemos en la lamuna 44 que la properción del arque motione en el plano II. presenta una luma muy recular, debide a la priceira elegida en su representación, tota regularidad mos permite el trasado previo y directo de dicha pro-



mes I y II, seguin veremos a continuación.

del travado gráfico (lan. 24), es el signiente:

1º Liter el contro 0, de condenades 0 (73. 72. 85) mm

ca circunscrita, de radio 55 mm.

3º Comenzar et trasado de la prosección de A, la circumferencia prosección de la extere inscreta, en 10 partes ignales. (Ver nota al dorso)

1º Unir los puntos de división con el centro

tenerces a distancies ignales a la mitad del bala les del arquimediano, tobre estas acetas estan las prospecciones de "todo" los renteces del arquimediano, Fara determinanto, deberan trazanse circumperante una concentrario and dis

- a) Radio " d10"
- b) Radio " 1, "
- c) Radio " 1, "
- d) Radio " T3 "

UNE A 4-210 x 297

NOTA . - El tomar el punto A como origen

de división, tiene como consecuencia el consequir que la cara decagonal superior dal 10,

la adyacente cuadrada 5.6.16.17 por su parte is:
quierda, g la adyacente exagonal 1.10.11.22.23.12

por su derecha, queden todas con sus planos
perpendiculares a I, con lo cual los diedos

correspondientes se obtienen en I en su verdadera magnitud.

L'apralmente occurre en la parte insferior de la figura e) Radio "T4"

f) Radio "T5"

Les valores auxilities de ester radio. les determinaums porteremments. Obsinesse que el cardio "5" en ligeramente imporire al "a" de la expera circumscrita, por lo que praéticamente se confunder aux en cumperencias.

diano, la determinación de la I y III en enmedia ta. The ello, tracernos en ambas, parabelas al eje + x, equidistantes del centro y con las sucesións dy. tancias, premimente calculadas, "f.", "f.",

Como comprobación o mecesaria aqueda para el trasado gráfico dado anteriormente, vamos a determinar analíticamente las siconientes magnitudes complementarios que decan mayor exactitud a dicho trasado.

Apotema " ko" de una cara exagonal

Le demuestra en Geoinetria, es (ver laim. 42, 49)

Para el caro del dibujo, $k_6 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 14.46 = 12.5 \text{ nm}$ $k_6 = \frac{\sqrt{3}}{2} \ell = 0.86 60 25 4... \ell$

UNE A 4-210 x 297



Apotema "ko" de una cara decagonal

Je demuestra en geometria, es (ver laim. 41, h/2) $k_{B} = \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \ell = 1,53 88 41 76...\ell$

Para el caro del dibujo, cerà: k10 = 1.53 88 42 - x 14.46 = 22,3 mm

desagnal 1 al 10, 9 de la vertica 11 al 20 al plano de la casa decaganal 111 al 120 *

Considerando en I la cara decagonal I al 10 g la contigua cuadrada 5-6-17-16 por su parte isquierda, que sorman entre si el angulo 4-10, ya conocido, siendo sus respertires flano, propresidentares a I, se deduce que la altura
"91" bustaria es la proyección situe III del eje as la sera cuadrada, siendo el angulo de proyección:

4-10 - 90° = 148° 16' 57.1" - 90° = 58° 16' 57.1" de dande

 $g_1 = \cos 58^{\circ} 16' 57.1'' \times \ell = 0.52' 57 37 1 \dots \ell$

Desarrollo del cálculo auterior:

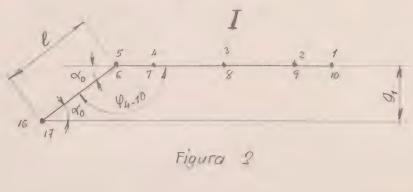
by cos 58° 16' 57,1" = 1, 72 07 63 7--- = by 0,52 57 31 1...

cos 58° 16' 57,1" = 0,52 57 31 1--

^{*} Ver calculo ignal en bann. 38, hojar 19 a 22



El velo miture pure son obtanto mas most mute, mudioute el calculo trigonomitrico de los singuels que intemenen, cuyos valores hemos deducido anteriormente. La desarrollo es el signiente:



Lea (fig 2) la projección parcial en I del Arquimediano III que comprende la Cara decagonal 1 al 10

y la contigua ma-

drada (por la parte isquierda) 5-6-17-16, que forman entre si al angulo 94-10, siendo « el angulo suplementario del mismo. La magnitud de la cota "g," buscada, será pues

$$g_1 = \ell \text{ sen } \alpha_0$$
 [1]

pero siendo $\frac{1}{2}$ $\psi_{A-10} = -\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, sera $\frac{1}{2}$ $\chi_0 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\chi_0 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

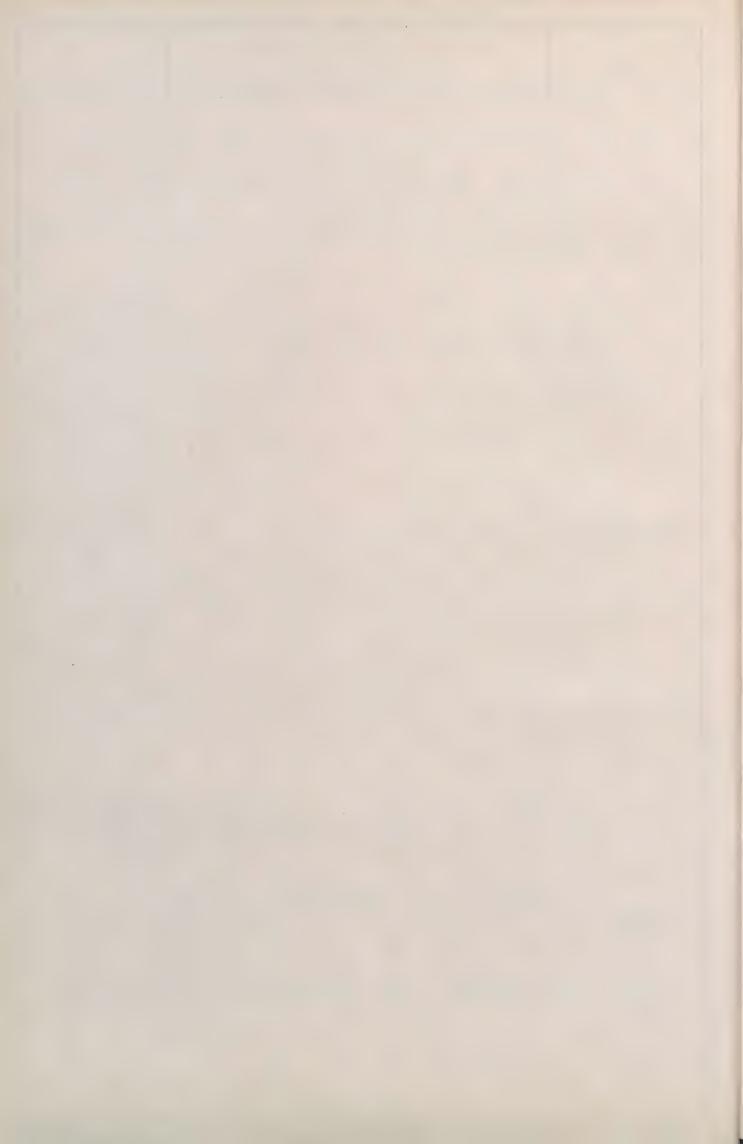
lo tanto

cen
$$x_0 = \frac{t_5 x_0}{\sqrt{1 + t_5^2} x_0} = \frac{\frac{\sqrt{5} - 1}{2}}{\sqrt{1 + (\frac{\sqrt{5} - 1}{2})^2}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2\sqrt{1 + \frac{6 - 2\sqrt{5}}{2}}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2\sqrt{1 + \frac{3 - \sqrt{5}}{2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{5 \cdot 1}}{2\sqrt{\frac{5 \cdot \sqrt{5}}{2}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(\sqrt{5} - 1)^2 \times 2}{5 - \sqrt{5}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(6 - 2\sqrt{5}) \times 2}{5 - \sqrt{5}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(3 - \sqrt{5}) \cdot 4}{5 - \sqrt{5}}} = \frac{1}{$$

$$= \sqrt{\frac{3-15}{5-\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{(3-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{20}} = \sqrt{\frac{15-5\sqrt{5}+3\sqrt{5}-5}{20}} = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{20}} = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}$$

Nalor que sustituido en [1], nos da



 $g_1 = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}}$. $\ell = 0, 5^2, 57, 31, 1$. . .

cuyo valor mumerico aproximado es coincidente con el obterido anteriormente.

Para el caso del debujo, serà: 9, = 0,52 57 31 1...× 14,46 = 7,6 mm

Li en lugar de considerar la cara isquierda cuadrada, 5-6-17-16 contigua a la decagonal 1 al 10, hubiénemos partido un el salculo, de la esta mal derecha 1-10-11-22-23-12, situada en las mismas condiciones que la custrada hubiesemos llegado as menos resultado, regrim se détalle a continuación:

En la figura 3; heurs representado la cara dea. gonal superior 1 al 10 g la

Figura 3 esergened contigue derecha 1-10-11-32-23-12 que forman entre si el angulo 80-10, conocido, la maranted progression soles II de la "y," se retieue above come apotenna "ke" de la cara essegonal de lado "l.

For courignmente, tendemis

go = to sen do

[2]

to 4 = - (3- V5), zerá to x = 3- V5



tauto neu $x_0 = \frac{t_0 \times 0}{\sqrt{1 + t_0^2 \times 0}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{1 + (3 - \sqrt{5})^2}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{1 + (3 + 5 - 6\sqrt{5})}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{1 + (3 + 5 - 6\sqrt{5})}}$

 $= \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{15 - 6\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{(3 - \sqrt{5})^2}{15 - 6\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{2(7 - 3\sqrt{5})(15 + 6\sqrt{5})}{225 - 180}} = \sqrt{\frac{2(7 - 3\sqrt{5})(15 + 6\sqrt{5})}{225 - 180}}$

 $= \sqrt{\frac{2(105 - 15\sqrt{5} + 42\sqrt{5} - 90)}{45}} = \sqrt{\frac{2(15 - 3\sqrt{5})}{45}} = \sqrt{\frac{2(5 - \sqrt{5})}{15}}$

y aiendo $k_6 = \frac{\sqrt{2}}{2} \ell$ (ver pag. 21), tendrems, sustituyendo de lores en [2]

 $g_1 = K_6$ seu $d_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{\frac{2(5-\sqrt{5})}{15}} \times l = \sqrt{\frac{3 \times 2(5-\sqrt{5})}{4 \times 15}} l =$

 $= \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} \quad \ell = 0, 52 57 31 11... \ell$

valor coincidente con el obternido con la cara cuadrada (pute inquesta).

NOTA, - Observere que el valor de "92", que calculare conos posteriormente requidos de los de "93" a "95", ne

ottique de immediate del calcula autorior, ya que en
la figura 2, re deduce que

 $g_2 = 2 k_0 \text{ one } d_0 = 2g_1 = 2 \times \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell = \sqrt{\frac{2(5 - \sqrt{5})}{5}} \ell =$

 $-\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{5}}$ $\ell = 1,05$ 14 62 2 ... ℓ

Los resultados anteriores mos demunestran que los vertices 11 al 20 están en um conismo plano



Distrucca "fo" entre les des planes prentères à En que contienen les vértices 11 al 20 y 101 al 110, con pretissamente.

Le obtiene por diferencia de las alturas. "C10" j "g,", ya calculadas.

$$f_1 = 2 (C_{10} - g_1) = 2 \times \left(\frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{2} - \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \right) \ell =$$

$$=2\sqrt{\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{2}-\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}}^2 \cdot \ell = 2\sqrt{\frac{25+10\sqrt{5}}{4}+\frac{5-\sqrt{5}}{10}-2\times\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{2}\times\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}\cdot \ell =$$

$$=2\sqrt{\frac{125+50\sqrt{5}+10-2\sqrt{5}}{20}}-\sqrt{\frac{(5-\sqrt{5})(25+10\sqrt{5})}{10}}\times\ell=$$

$$= 2 \sqrt{\frac{135 + 48\sqrt{5}}{20}} - \sqrt{\frac{125 - 25\sqrt{5} + 50\sqrt{5} - 50}{10}} \times \ell = 2 \sqrt{\frac{135 + 48\sqrt{5}}{20}} - \sqrt{\frac{75 + 25\sqrt{5}}{10}} \times \ell =$$

$$=2\sqrt{\frac{135+48\sqrt{5}}{20}}-\frac{5}{\sqrt{10}}\times\sqrt{3+\sqrt{5}}\times\ell=2\sqrt{\frac{135+48\sqrt{5}}{20}}-\frac{5}{\sqrt{10}}\times\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}\times\ell=$$

$$=2\sqrt{\frac{135+4815}{30}}-5(\sqrt{\frac{5}{20}}+\sqrt{\frac{1}{20}})\times \ell=2\sqrt{\frac{135+4815}{20}-\frac{5}{2}-5\times\sqrt{\frac{7}{20}}}\times \ell=$$

$$= 2\sqrt{\frac{135 + 48\sqrt{5}}{20} - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{135 + 48\sqrt{5} - 50 - 10\sqrt{5}}{20}} \times \ell =$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{85 + 38\sqrt{5}}{20}} \times \ell = \sqrt{\frac{85 + 38\sqrt{5}}{5}} \times \ell = 5, \ 83 \ 04 \ 47 \ 38... \ \ell$$

Para el caso del dibujo, serà: +1 = 5,83 04 47 38 - x 14,46 = 84,3 mm



11 al 20 g 101 al 110 au pectivamente

Este vadio es un cateto de un trianquelo rectanquelo de hipoternos a "a" y el otro cateto "fo". Lu valo: será:

$$\Gamma_{4} = \sqrt{a^{2} - \left(\frac{f_{1}}{2}\right)^{2}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{31 + 12\sqrt{5}}}{2}\ell\right)^{2} - \left(\sqrt{\frac{35 + 39\sqrt{5}}{5}} \times \frac{1}{2}\ell\right)^{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{31 + 13\sqrt{5}}{4}} - \frac{85 + 38\sqrt{5}}{5 \times 4} \times \ell = \sqrt{\frac{155 + 60\sqrt{5} - 85 - 38\sqrt{5}}{20}} \ell = \sqrt{\frac{70 + 22\sqrt{5}}{20}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{35 + 11 \sqrt{5}}{10}} \ell = 2.44 12 44 51 - ... \ell$$

Fara el caro del dilenjo, serà: 1, = 2, 44 12 44 51... × 14, 46 = 35,3 mm

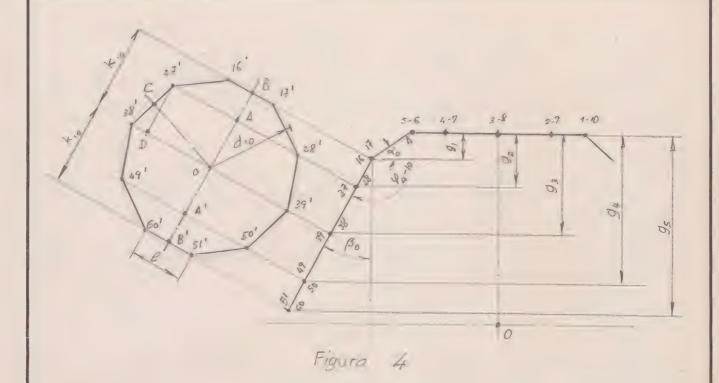
Distrucce "92" de los vertices 91 al 100 a la cara decaqual 111 al 120.

Refiniendonos a la lamina 44, remos que la cara decagonal 16.17.28-39.50-51-60-49-38-27, contigua a la cuadrada 5-6-17-16, estan ambas projectadas sobre I, seguin lineas
rectas, por un sus respeciales planes perpendiculares a I,
por la tanta la arista común 16-17, interseccion de dichas
caras, cerá a su res perpendicular a I.

En la figura 4, representames el contorno del arqui.

(328





mediano en dicha zona, que incluye la representada en la figura 3. La cara madrada 5-6-17-16, tiene contigua la decaçunal inperiore la la 10, paraleta a II qua tambien de aganal 16-17-29-39-50-51-60-49-38-27, oblicua a II; esta villimia
la hemos representado tambien abolicia sibre el premi del
dibujo (parte inquiende de la figura).

De la figura se deduce:

$$Y_{2-10} - \alpha_0 = \frac{\pi}{2} + \beta_0$$
 [1]

nada cara decagonal oblicua.

Je le [1] re deduce:

$$t_{5}(V_{4-10}-X_{0})=t_{7}(\frac{\pi}{2}+\beta_{0})=-ct_{7}\beta_{0}$$
 [2]

10 ya hemos deducido en el cálculo de "g," que

 $t_{5}V_{4-10}=-\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ y también $t_{7}X_{0}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$



por la que

$$\frac{1}{\sqrt{16}} \left(\frac{\sqrt{16} - \sqrt{16}}{\sqrt{16}} \right) = \frac{1}{\sqrt{16}} \frac{\sqrt{16} - \sqrt{16}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{\sqrt{16}} \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{\sqrt{16}} =$$

$$= \frac{\sqrt{5} - 1}{\left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)^{2} - 1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{\frac{5 + 1 - 2\sqrt{5}}{4} - 1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{\frac{3 - \sqrt{5}}{2} - 1} = \frac{2(\sqrt{5} - 1)}{2} = -2$$

Nalor que sustituido en [2] mos de

[3]

de esta villima se deduce:

For else parte, si en la cara derarmal alatida de la ferma de la franca de la ferma de la franca de la ferma de la

$$\frac{\overline{OC}}{0-38'} = \frac{27'-D}{27'-38'}$$
, de doude $27'-D = \overline{AO} = \frac{(27'-38') \times \overline{OC}}{\overline{O-38'}} =$

$$= \frac{\ell \times k_{10}}{d_{10}} = \left(\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}\ell : \frac{\sqrt{5}+1}{2}\ell\right) \times \ell = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1}\ell = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}} \times (\sqrt{5}-1)}{4}\ell = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{4}\ell = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{4}\ell$$



$$= \frac{\sqrt{(5+2\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)^2}}{4} = \sqrt{\frac{(5+2\sqrt{5})(6-2\sqrt{5})}{16}} \ell = \sqrt{\frac{(5+2\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}{8}} \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{15 + 6\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 10}{8}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}} \cdot \ell$$

Le la figura de, se deduce que

$$\overline{BA} = \overline{BO} - \overline{AO} = k_{10} - \overline{AO} = \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \ell - \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \ell$$

(ver desarrollo del calculo auterior en lam. 41, hojas 21 y 22)

De la misma figura 4, se deduce también que

$$\overline{BA'} = \overline{BO} + \overline{AO} = k_{10} + \overline{AO} = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2} \ell + \sqrt{\frac{5+15}{8}} \ell = \sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{8}} \ell$$

(ver desarrollo del ca'lculo auterior en lam. 41, hoja 22)

tou la resultades anteriores, pediemos obtenes la valores signientes:

$$g_2 = g_1 + \vec{BA} \cos \beta_0 = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell$$
 [5]

$$g_3 = g_1 + B0 \cos \beta_0 = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} \ell + \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell$$
 [6]

$$g_{\mu} = g_{1} + BA^{2} \iff \beta_{0} = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{8}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell$$
 [7]

$$g_5 = g_1 + BB' \cos \beta_0 = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + 2 \times \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell$$
 [8]

El desarrollo de estos calculos lo haremos progrecivamente, umenzando por el de "92".



Legin le formula 553 de la parme auterioi, tendreceus:

$$\boxed{g_2 = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{4(5 - \sqrt{5})}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8 \times 5}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt$$

$$= \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell = 2 \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell = \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} \ell = 1,05 \text{ 14 } 62 \text{ 2...} \ell$$

NOTA. - Observese que il valor obtanios para "g.", es coincidente con el ya calculado pa defenente cameiro, en la página nº 25.

Para el caso del dibejo, aera: 92 = 1,05 14 62 2.. x 14.46 = 15.2 mm.

Listancia "to" entre les des planes paralier a I que contienen los vértices 21 al 30 g 91 al 100 ces pedivamente

Le obtiene por diferencia de las alturas "C,0" j "g,", ya calculadas.

$$f_2 = 2(C_{10} - g_2) = 2 \times \left[\frac{\sqrt{25 + 10 \sqrt{5}}}{2} \cdot l - \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} \cdot l \right] =$$

$$= \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - 2\sqrt{\frac{10 - 3\sqrt{5}}{5}} \right) \ell = \sqrt{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - 2\sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}}}^2 \times \ell =$$

$$= \sqrt{(25 + 10\sqrt{5}) + 4 \times \frac{10 - 2\sqrt{5}}{5} - 4\sqrt{(25 + 10\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{125 + 50\sqrt{5} + 40 - 8\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{\frac{250 + 100\sqrt{5} - 50\sqrt{5} - 100}{5}} \times \ell =$$



$$= \sqrt{\frac{165 + 42\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{\frac{150 + 50\sqrt{5}}{5}} \times \ell = \sqrt{\frac{165 + 42\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{30 + 10\sqrt{5}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{165 + 42\sqrt{5}}{5}} - 1.\sqrt{10} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}} \times \ell = \sqrt{\frac{165 + 12\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{10}\left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{165 + 42\sqrt{5}}{4} - 4\sqrt{\frac{50}{2}} - 4\sqrt{\frac{10}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{165 + 42\sqrt{5}}{5} - 20 - 4\sqrt{5}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{165 + 42\sqrt{5} - 100 - 20\sqrt{5}}{5}} \times l = \sqrt{\frac{65 + 22\sqrt{5}}{5}} l = 4.77898515.... l$$

Para el caro del dibujo, serà: \$\frac{1}{2} = 4.77 89 85 15. \times 14.46 = 69.1 mm

Radio " 5" de las siccumferencias que contienen a la vértices 21 al 30 g 91 al 100 respectivamente

Este radio es un cateto de un triangulo rectanquelo de hipoternesa "a" j el otro cateto "f2". Lu valor será:

$$\boxed{r_2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{f_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{31 + 12\sqrt{5}}}{2} \ell\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{65 + 22\sqrt{5}}{5}} \times \frac{1}{2} \ell\right)^2} -$$

$$= \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} = \frac{65 + 32\sqrt{5}}{20} \times \ell = \sqrt{\frac{155 + 60\sqrt{5} - 65 - 22\sqrt{5}}{20}} = \ell = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{\frac{65 + 32\sqrt{5}}{20}} = \ell = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{\frac{65 + 32\sqrt{5}}{20}} = \ell = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{\frac{65 + 32\sqrt{5}}{20}} = \ell = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{\frac{65 + 32\sqrt{5}}{20}} = \ell = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{\frac{65 + 32\sqrt{5}}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{90 + 38 \sqrt{5}}{20}} \ell = \sqrt{\frac{45 + 19 \sqrt{5}}{10}} \cdot \ell = 2,95 77 91 26 \dots \ell$$

Para el caso del dibujo, cerá: 12 = 2,95 77 91 26 ... x 14.46 = 42,8 mm



Distance "9," de la vertices 31 al 40 al plans de la cara dedecaponal 1 al 10, 9 de la virtices 81 al 30 a la cara decagonal III al 120.

que simplificamos seguidamente.

$$g_3 = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} \ell + \frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell = \left(\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} + \frac{\sqrt{5}(5+2\sqrt{5})}{5}\right)\ell =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}} \right) \ell = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}} \right)^2} \cdot \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5} + 10 + 4\sqrt{5}}{10}} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{25 - 5\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 10}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 5\sqrt{5}}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac$$

$$= \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}} \times \sqrt{3 + \sqrt{5}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{4}} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{5}{4}}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{2\sqrt{5}}{10} \times \frac{5}{2}} \times \frac{5}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} \times \frac{5}{2}} \times \frac{5}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} \times \frac{5}{2}} \times \frac{5}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} \times \frac{5}{2}} \times \frac{5}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} \times \frac{5}{2}} \times \frac{5}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} \times \frac{5}{2}} \times \frac{5}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} \times \frac{5}{2}} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{$$

$$= \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5}}{10} + \frac{10}{10} + \frac{2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{15 + 3\sqrt{5} + 10 + 2\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 + 5\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{$$

$$= \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} + \ell = 1,90 \ 21 \ 13 \ \alpha 3 - ... \ell$$

Para el caso del dibujo, será: 93 = 1.90 21 13 03 ... x 14,46 = 27,5 mm



Distancia "Is" entre la des planes paraleles à I que continuen los se tras 31 al 20 2 81 al 90 respectés a centre.

Le obtiene por diferencia de les altures "C10" 2 "93"
ya calculadas.

$$|\vec{f}_{2}| = 2 \left(C_{10} - 9_{3} \right) = 2 \times \left(\frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{2} - \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \right) \ell = \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \right) \ell = 2 \times \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} -$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - \sqrt{2(5 + \sqrt{5})}\right)^2} \times \ell = \sqrt{25 + 10\sqrt{5} + 2(5 + \sqrt{5}) - 2\sqrt{(25 + 10\sqrt{5})(5 + \sqrt{5}) + 2}} \ell$$

$$= \sqrt{25 + 10 \sqrt{5} + 10 + 2 \sqrt{5} - 2 \sqrt{2(125 + 50)} \times \ell} = \sqrt{25 + 10 \sqrt{5} + 10 + 2 \sqrt{5} - 2 \sqrt{2(125 + 50)} \times \ell}$$

$$= \sqrt{35 + 12\sqrt{5} - 2\sqrt{2(175 + 75\sqrt{5})}} \times \ell = \sqrt{35 + 12\sqrt{5} - 2\sqrt{2} \times 25 \cdot (7 + 3\sqrt{5})} \times \ell =$$

$$= \sqrt{35 + 12\sqrt{5} - 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{7 + 3\sqrt{5}}} \times \ell = \sqrt{35 + 12\sqrt{5} - 10\sqrt{2}\left(\sqrt{\frac{4}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right)} \times \ell =$$

$$= \sqrt{35 + 12\sqrt{5} - 10\left(\sqrt{\frac{18}{2}} + \sqrt{\frac{10}{2}}\right)} \times \ell = \sqrt{35 + 12\sqrt{5} - 10 \times 3 - 10\sqrt{5}} \times \ell = \sqrt{5 + 2\sqrt{5}} \ell =$$

= 3, 07 76 83 53 --- l

Para el caro del dibujo, serà: f3 = 3.07 76 83 53 ... x 14, 46 = 44.5 mm

Radio "13" de las circumferencias que contienen a los vértices 31 al 40 2 81 al 90 respectivamente.

de hipoterusa "a" y el otro cateto "13". Lu valor serà:



$$\lceil r_2 \rceil = \sqrt{|\alpha|^2 - \left(\frac{f_3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}/ + 12\sqrt{5}}{2}\ell\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{5}}{2}\ell\right)^2} = \sqrt{\frac{r_3}{2}} = \sqrt{\frac{r_3}{$$

$$= \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4}} - \frac{5 + 2\sqrt{5}}{4} \ell = \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5} - 5 - 2\sqrt{5}}{4}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{26 + 10\sqrt{5}}{4}} \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{13 + 5\sqrt{5}}{2}} \ell = 3, 47 70 92 17 - - \ell$$

Para el caso del dibujo, serà: 3.47 70 92 17... x 14.46 : 50.3 mm.

ra decagonal 1 al 10, 2 de los vértices 7/ al 80 a la cara decagonal 111 al 120

que simplificamos aequidamente.

$$\boxed{g_4} = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{8}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell = \left(\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{125 + 55\sqrt{5}}{8}}\right) \ell = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell = \sqrt{\frac{5$$

$$= \left(\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \frac{1}{5}\sqrt{\frac{5(25 + 1/\sqrt{5})}{2}}\right) \ell = \left(\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{25 + 1/\sqrt{5}}{10}}\right) \ell =$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}+\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{10}}\right)^{2}},\ell=\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}+\frac{25+11\sqrt{5}}{10}}+2\sqrt{\frac{(5-\sqrt{5})(25+11\sqrt{5})}{10^{2}}},\ell=$$

$$= \sqrt{\frac{30 + 10\sqrt{5}}{10}} - \frac{2}{10}\sqrt{125 - 25\sqrt{5} + 55\sqrt{5} - 55} \times \ell = \sqrt{3 + \sqrt{5} + \frac{1}{5}\sqrt{70 + 30\sqrt{5}}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{3 + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{10}}{5} + \sqrt{7 + 3\sqrt{5}} \times l = \sqrt{3 + \sqrt{5} + \frac{\sqrt{10}}{5} \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right)} \times l =$$

$$= \sqrt{3 + \sqrt{5} + \frac{1}{5} \times \sqrt{\frac{90}{2}} + \frac{1}{5} \sqrt{\frac{50}{2}} \times \ell} = \sqrt{3 + \sqrt{5} + \frac{3\sqrt{5}}{5} + 1} \times \ell =$$



$$= \sqrt{\frac{15 + 5}{5}} + 3\sqrt{5} + 5 \quad \ell = \sqrt{\frac{20 + 8\sqrt{5}}{5}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}} \quad \ell = \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}} = 2\sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}} =$$

= 2, 75 27 63 84 -... l

Para et ense del délajo serà: 9 = 3, 75 27 63 84 × 14, 45 = 39.8 m m.

Actancia "f4" entre los dos planos paraleles a II que contienen les victices il al 50 y 71 al 80 respectivamento.

Le obtiene por diferencia de las alturas "C10" j "94", 7ª calculadas.

$$f_4 = 2(C_{10} - g_4) = 2(\frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{2} - 2\sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}})\ell =$$

$$= \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - 4\sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}}\right) \ell = \left(\sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})} - 4\sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}}\right) \ell =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{25(5+2\sqrt{5})}{5}} - 4\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} \right) l = \left(5\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} \right) \cdot l = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} l = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$$

= 1, 37 63 81 92 ... {

Para el caso del dibujo, cerà: f4 = 1.37 63 81 92 ... x 14.46 =

Radio "Ti" de les ce cum montes que contecuer a la vir-

tices 41 al 50 g 71 al 80 respectivamente

Este cadio es un cateto- de un triangulo rectain-



$$= \sqrt{\frac{31 + 12\sqrt{5}}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}} \times \ell = \sqrt{\frac{155 + 60\sqrt{5} - 5 - 2\sqrt{5}}{20}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{150 + 58\sqrt{5}}{20}} \ell$$

$$= \sqrt{\frac{75 + 29 \sqrt{5}}{10}} \ell = 3.73 95 98 53... \ell$$

Para el caso del dibujo, sera: 1 = 3.73 95 98 53. x 14.66 = 54.1 mm

que simplificames seguidamente.

$$\boxed{g_5} = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell + 2 \times \frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \ell = \left(\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{(5 + 2\sqrt{5}) \times 2^2 \times 5}{5^2}}\right) \ell =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{4(5 + 2\sqrt{5})}{5}} \right) \ell = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \sqrt{\frac{4(5 + 2\sqrt{5})}{5}} \right)^{2}}, \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} + \frac{4(5 + 2\sqrt{5})}{5} + 2\sqrt{\frac{4(5 + 2\sqrt{5})(5 - \sqrt{5})}{50}} =$$

$$= \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5} + 40 + 16 \sqrt{5}}{10}} + \frac{2}{5} \sqrt{2(25 + 10 \sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 10)} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{45 + 15\sqrt{5}}{10} + \frac{2}{5}\sqrt{2(15 + 5\sqrt{5})}} \times \ell = \sqrt{\frac{9 + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{5}\sqrt{10(3 + \sqrt{5})}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{9+3\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{5}\sqrt{10} \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \cdot l} = \sqrt{\frac{9+3\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{50}{2}} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{10}{2}} \cdot l}$$



$$= \sqrt{\frac{9+3\sqrt{5}}{2}+2+\frac{2\sqrt{5}}{5}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{45+15\sqrt{5}+20+4\sqrt{5}}{10}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{65+19\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{65+19\sqrt{5}}{10}}$$

= 3. 27 84 94 95 l

Para el caso del diberjo, cerà: 9x = 3, 37 84 94 95... × 14,46 = 47,4 m m

Listancia "fs" entre la des planes paraleles a Il que contienen los rections 51 al co g 61 al 70 respectivamente.

fe obtiene pa diferencia de las alturas "C10" j "95", ja calculados.

$$f_5 = 2 (C_{10} - G_5) = 2 / \frac{\sqrt{25 + 10 \sqrt{5}}}{2} - \sqrt{\frac{65 + 19 \sqrt{5}}{10}} \ell =$$

$$= \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - 2\sqrt{\frac{65 + 19\sqrt{5}}{10}}\right)\ell = \sqrt{\left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} - 2\sqrt{\frac{65 + 19\sqrt{5}}{10}}\right)^2} \times \ell =$$

$$= \sqrt{25 + 10 \sqrt{5} + 4 \times \frac{65 + 19 \sqrt{5}}{10} - 4 \sqrt{\frac{(25 + 10 \sqrt{5})(65 + 19 \sqrt{5})}{10}}} = \sqrt{\frac{25 + 10 \sqrt{5} + 4 \times \frac{65 + 19 \sqrt{5}}{10}}{10}}$$

$$= \sqrt{25 + 10\sqrt{5} + \frac{130 + 38\sqrt{5}}{5} - 4\sqrt{\frac{1625}{1025} + 650\sqrt{5} + 475\sqrt{5} + 950}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{125 + 50\sqrt{5} + 120 + 38\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{\frac{2575 + 1125\sqrt{5}}{10}} = \sqrt{\frac{255 + 88\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{\frac{515 + 225}{2}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{256 + 22\sqrt{5}}{5} - 4\sqrt{\frac{5(103 + 45\sqrt{5})}{2}}} \times \ell = \sqrt{\frac{255 + 22\sqrt{5}}{5} - 4\sqrt{\frac{5}{2}}} \times \sqrt{103 + 45\sqrt{5}} \times \ell$$

$$= \sqrt{\frac{255 + 88\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{\frac{5}{2}} \left(\sqrt{\frac{103 + 22}{2}} + \sqrt{\frac{103 - 22}{2}}\right) \cdot \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{255 + 88\sqrt{5}}{5} - 4\sqrt{\frac{5}{2}} \times \sqrt{\frac{125}{2}} - 4\sqrt{\frac{5}{2}} \times \sqrt{\frac{81}{2}} \times \ell} = \sqrt{\frac{255 + 88\sqrt{5}}{5}} - 4\sqrt{\frac{5}{2}} \times \sqrt{\frac{125}{2}} = \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{\frac{81}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{\frac{125}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{\frac{125}{2}} \times \ell = \sqrt{\frac{125}{2}} \times \sqrt{\frac{12$$



$$= \sqrt{\frac{255 + 18\sqrt{5}}{5} - 4\sqrt{\frac{125 + 8}{2 + 2}}} - 4\sqrt{\frac{81 \times 5}{2 \times 2}} \times \ell = \sqrt{\frac{255 + 88\sqrt{5}}{2} - 50 - 18\sqrt{5}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{255 + 88\sqrt{5} - 250 - 90\sqrt{5}}{5}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}} \ell = 0, 32, 49, 19, 70 \dots \ell$$

Para el caso del diberjo, serà: \$5 = 0,32 49 197. x 14,46 = 4.7 mm

Latance "To" de sas circumferencias que contienen a

Este radio es un cateto de un Trianquelo cectanquelo de hipoternesa. "a" y el otro cateto. "fs". La valor sera

$$\overline{I_5} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{f_5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{31 + 1215}{2} \ell^2 - \left(\frac{4}{2}\sqrt{\frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}}\ell^2\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{31 + 12 \sqrt{5}}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}} \times \ell = \sqrt{\frac{155 + 60 \sqrt{5} - 5 + 2\sqrt{5}}{20}} \times \ell = \sqrt{\frac{150 + 62 \sqrt{5}}{20}} \ell$$

$$= \sqrt{\frac{75 + 31\sqrt{5}}{10}} \times \ell = 3, 79 89 22 31 - - - \ell$$

Fara el caso del dibujo, rerà: 15 = 3.79 89 22 31... x 14.46 = 54.9 mm

(provinciamento este radio es ignal el de la espesa income

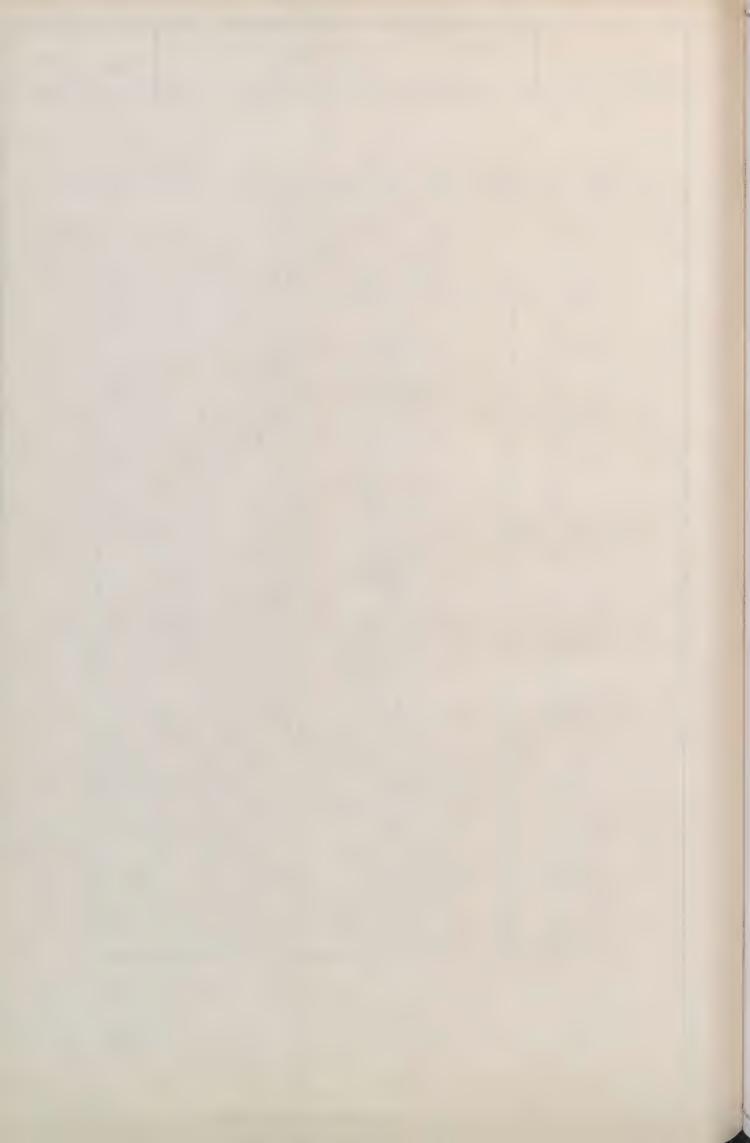
crita al arquimediano)

on el cuadro simóptico que damos a continuación, acumi-

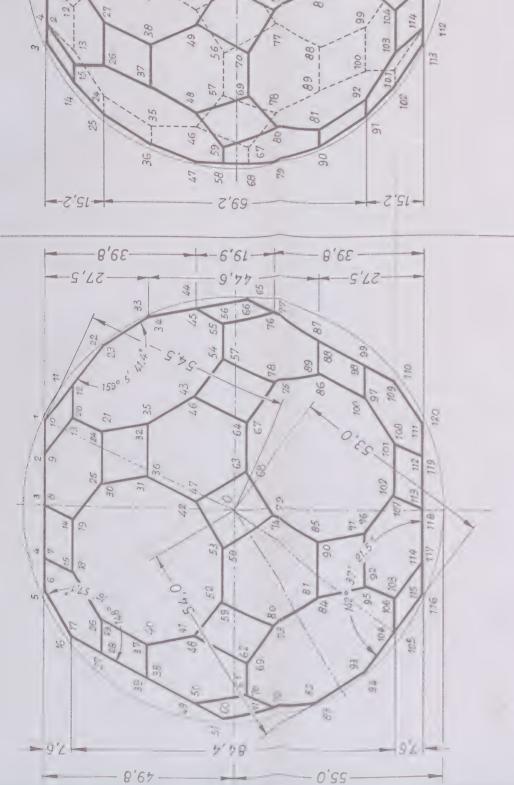


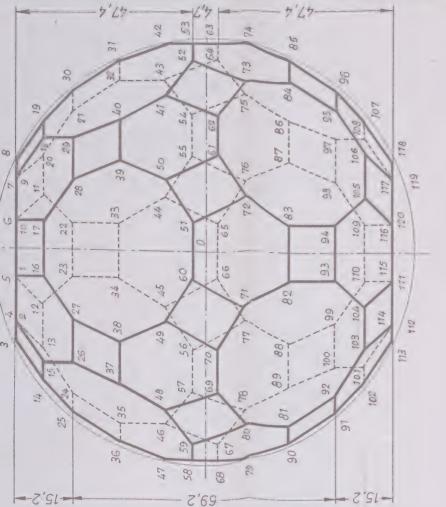
CUASPO SINÓPTICO DE LAS MAGNITUDES COMPLEMENTADIAS

Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximano
K6	<u>√3</u> ℓ	0,86 60 25 l
k,0	V5 + 2 V5	1, 53 88 42 l
f ₁	√ <u>85 + 38 √5</u> ℓ	5. 83 04 47l
<i>f</i> 2	$\sqrt{\frac{65+22\sqrt{5}}{5}} \ell$	4, 77 89 85 1
f ₃	V5 + 2 V5 (3, 07 76 84l
£4	V 5 + 2 VB	1. 37 63 82l
f_5	√ <u>5-215</u> €	0, 32 49 20 L
9,	V 5 - V5	0, 52 57 31 l
92	V 10 - 2 V3	1, 05 14 62 8
g_3	V 5 + V5 &	1. 90 21 13 {
94	$2\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$	2. 75 27 64 l
95	V 65 + 19 V5 1	3, 27 84 95 {
Γ ₂	$\sqrt{\frac{35 + 11\sqrt{5}}{10}} \ell$	2, 44 12 45 l
To.	V45 + 19.15 l	2. 95 77 91l
13	$\sqrt{\frac{13+5\sqrt{5}}{2}} \ell$	3, 47 70 92 £
Tu	$\sqrt{\frac{75 + 29 \sqrt{5}}{10}} \ell$	3, 73 95 99 l
<i>\Gamma_{5}</i>	V75 + 31 V3	3. 79 89 22 £



Z+





ARQUIMEDIANO XII

1

0

$C_4 = 30$	C ₆ = 20	$C_{to} = 12$	V = 120	A = 180	1P, + 1P, + 1P,0
Número de caras cuadradas	exagonales	de caras decagonales	es	ST.	Número de caras de un ángulo sólido
caras	caras	caras	de vértices	de aristas	caras
de	de	Q	de	de	de,
Número	Número	Número	Número	Número	Número

ENUNCIADO

Representar por el método gráfico-analítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano XII, en el que en cada vértice concurren un cuadrado, un exágono y un decágono, todos regulares.

La longitud de su lado es de su lado es de 14,5 mm. y las coordenadas de su centro 0, son: 0 (72, 72, 85) mm.
Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

1+

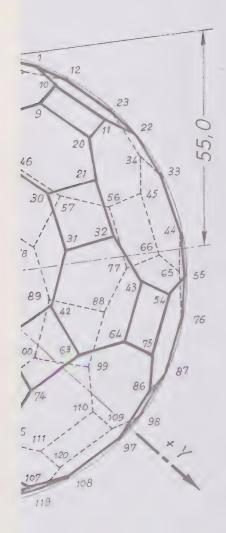
(firma) Escuela			XII
			Arquimediano
Califi-	cación		ime
Entregada			Argu
Propuesta De entrega Entregada Califi-			
Propuesta			
	Fecha:	Alumno:	Escala 1:1

77

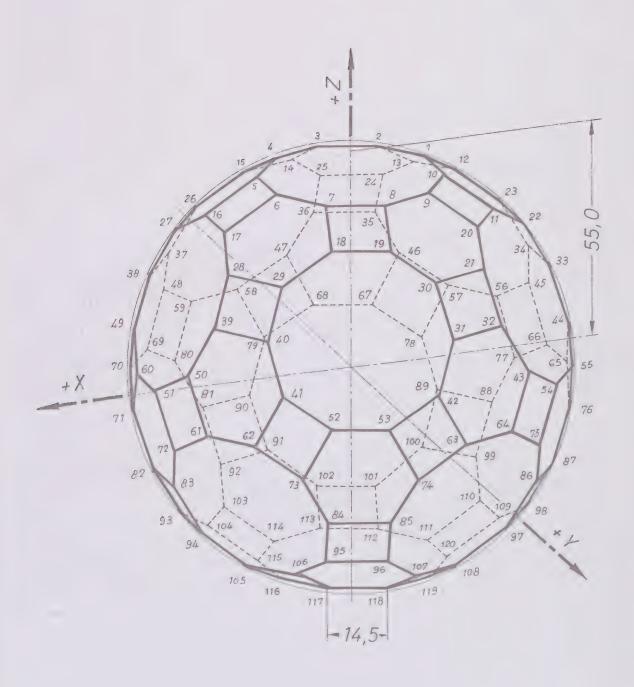
Lámina

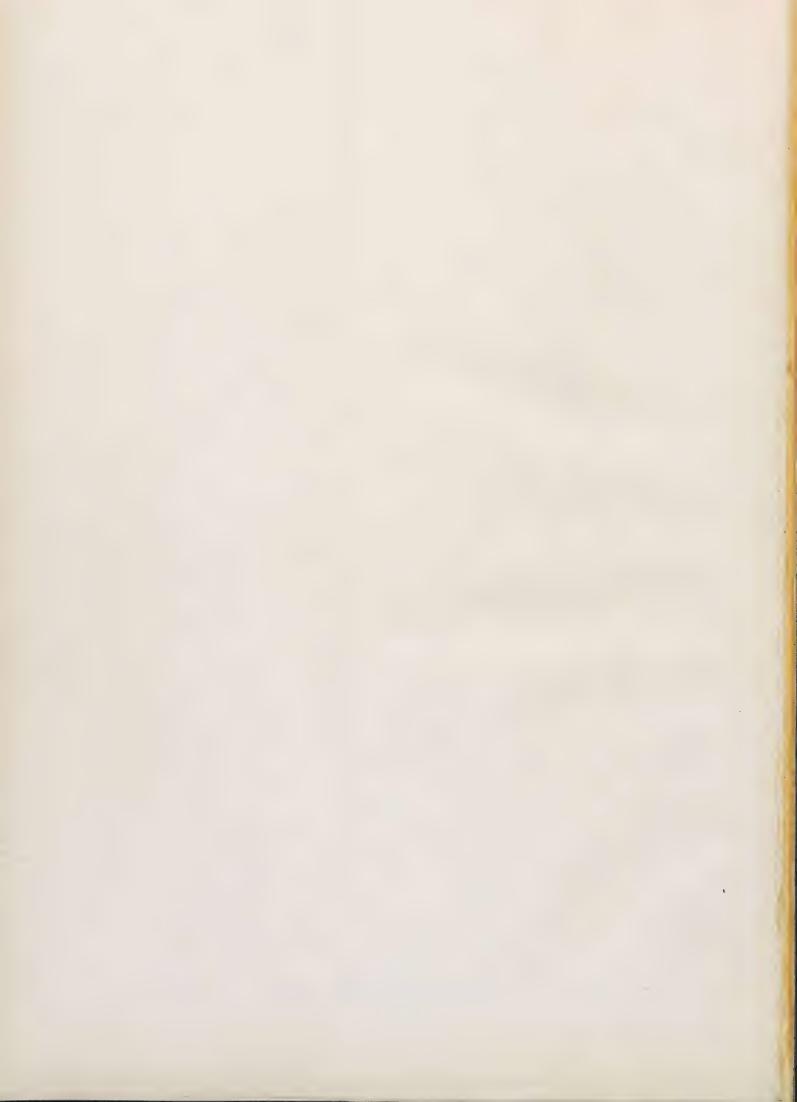
Curso 19











45

ENUNCIADO

Representar por el método gráfico-avalitico, en los planos I, II g III, el Arquimediano XIII, en el que en cada vertica concurren un pentagano g dos escaganos. to-

La longitud de su lado es de 22,2 mm, j las coordenadas de su centro 0, son: 0 (72, 72, 85) mm. Dibujar en formato A3V g a escala 1:1.

DATOS: O(22, 72, 85) mm $\frac{1}{2M} = 22, 2 mm$



CONSIDERACIONES PREVIAS

Jequiremos en el estudio de este arquimediano, las directores y formulas generales l'anteadas en la Jequi-mediano I", lamina 33.

En el caso particular que nos ocupa, determinaremos las magnitudes siquientes:

l = Arista del Arquimediano XIII (dato del ejercicio)

a = Radio de la esfera circumscrita.

b = Radio de la esfera tangente a las aristas.

C5 = Radio de la esfera tangente a las caras pentogonales

Co = Radio de la esfera tampente a las cares meagemales

do = Radio de la circumferencia circumscrita a una caca pentagonal

de : Radio de la circumferencia circumserite a una ca-

m = Pradio de la circumferencia circumsoità al poligomo obtenido al unir los extremos de las aristas de un ángulo solido.

ra pentagnes, con el plano dementral del arquimediano que pasa por una arista de aquiella.

de = Anondo acotilines del dendro formas por una



cara exagonal, con el plano diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquilla.

95-6 = Angulo cectilines del diedro formado por una caca pentagonal y otra exagonal.

46-6 = Angordo rectilioso del diedo formado por dos ca-

S = Luperficie

V = (Volumen,

PROCESO GRÁFICO - ANALÍTICO

El estudis realizado de este arquimentamo, mo undica que se compose de 12 caras pentagonales à 20 caras exagonales; 60 vértices à 90 aristas.
En cada vértice conseurren un pentagono à dos esrágonos, todos regulares à de ignal lado "l".

Ari pues, tendremos que:

AROLIIMEDIANO XIII (1 P5 + 2 P6); C5 = 12; C= 20; V= C0; A=90

Calculo de sus magnitudes

Drista "l" del arquimedians

Dato del ejercicio



Radio "m" de la circumferencia circumscrita al poligono obtenido al mes les extremes de la tres austes que concurrence en un angulo rollido.

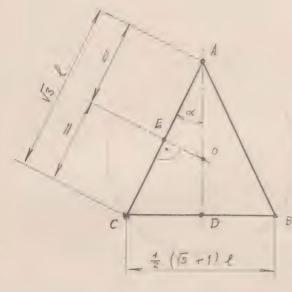


Figura 1

Dicho poligano (fig. 1) es
un trianquelo isosceles, cuya se BC es la diagonal
de ma cara pentagonal, j
us otros dos lados ignales
AC = AB, corresponden a la diagonal de ma cara exagonal.
Je denmestra en Jeonee

tria que la diagonal de un pentagono regular, en fue cion de su lado "l", es

$$\overline{CB} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \ell \qquad \text{pa lo tanto} \qquad \overline{CD} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4} \ell$$

of la de un exacesso requelar, tambério de lada "l", es

De la figura se deduce:

$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AC^2 - CD^2}} = \sqrt{(\sqrt{3} \, \ell)^2 - \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{4} \, \ell\right)^2} = \sqrt{3 - \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{4}\right)^2} \times A =$$

$$= \sqrt{3 - \frac{6 + 2\sqrt{5}}{16}} \quad \ell = \sqrt{\frac{48 - 6 - 2\sqrt{5}}{16}} \quad \ell = \sqrt{\frac{42 - 2\sqrt{5}}{16}} \quad \ell = \sqrt{\frac{21 - \sqrt{5}}{8}} \quad \ell$$

$$pn$$
 l pn end : $l = \sqrt{\frac{AD}{AC}} = \sqrt{\frac{21-\sqrt{5}}{2}} l$: $\sqrt{3} l = \sqrt{\frac{11-\sqrt{5}}{24}}$



y en consecuencia:

$$= \sqrt{\frac{3 \times 24}{4(21 - \sqrt{5})}}! = \sqrt{\frac{3 \times 6}{21 - \sqrt{5}}}! = \sqrt{\frac{18(21 + \sqrt{5})}{21^2 - 5}}! = \sqrt{\frac{18(21 + \sqrt{5})}{436}}!$$

$$= \sqrt{\frac{9(214 \sqrt{5})}{218}} \ell = \sqrt{\frac{21+\sqrt{5}}{218}} \ell = 0.97943208....\ell$$

Radio "a" de la esfera circumscrita

Le obtiene aplicando la formula general [1] (ver lan. 33)

$$a = \frac{\ell^2}{2\sqrt{\ell^2 - m^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{9(21 + \sqrt{5})}{218}}} \times \ell = \frac{1}{2\sqrt{\frac{218 - 189 - 9\sqrt{5}}{218}}} \times \ell = \frac{1}{2\sqrt{\frac{218 - 189 - 9\sqrt{5}}{218}}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{29-9\sqrt{5}}{218}}} \times \ell = \frac{1}{\sqrt{\frac{4(29-9\sqrt{5})}{218}}} \ell = \frac{1}{\sqrt{\frac{2(29-9\sqrt{5})}{2(29-9\sqrt{5})}}} \ell = \frac{1}{\sqrt{\frac{2(29-9\sqrt{5})}}} \ell = \frac{1}{\sqrt{\frac{2(29-9\sqrt{5})}}} \ell = \frac{1}{\sqrt{\frac{2(29-9\sqrt{5})}}}} \ell = \frac{1}{$$

$$= \sqrt{\frac{109(29 + 9\sqrt{5})}{2 \times (29^2 - 9^2 \times 5)}} \times \ell = \sqrt{\frac{109(29 + 9\sqrt{5})}{2 \times 436}} \times \ell = \sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{2 \times 4}} \times \ell = \sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{2}}$$

= 2, 47 80 18 66 ... l

Para el caso del dibujo, aerà: a = 55 mm l = 22,195 mm.

Radio "b" de la essera tangente a las aristas



Le obtiene a plicando la formula general [3] (ver lan. 33)

$$b = \sqrt{a^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8}}\ell\right)^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8} - \frac{1}{4}} * \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{27 + 9\sqrt{5} - 2}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{27 + 9\sqrt{5}}{8}} \times \ell = \sqrt{\frac{9(3 + \sqrt{5})}{8}} \times \ell = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \times \ell = \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3 + \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \ell = \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}} \ell = \frac{3}{2} \left(\sqrt{\frac{5}{4}} + \sqrt{\frac{1}{4}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \ell = \frac{3}{2} \times \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac$$

$$= \left(\frac{3\sqrt{5}}{4} + \frac{3}{4}\right)P = \boxed{\frac{3(\sqrt{5} - 4)}{4}, \ell} = 2, 42 70 50 98... \ell$$

Para el curo del dibujo. cerci: b = 2.42 70 50 98. x 22, 195 = 53,9 mm

Radio "do de la cocumperación circumscrita a uma cara pentagonal. de lado "l"

Le dennestra en geometria, es

$$d_5 = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \ell = 0.85 \ 06 \ 50 \ 8 - ... \ell$$

Para el caso del dileujo, ana: do = 0.85 06 50 8... × 22, 195 . 18.9 mm

Radis "de " de la circum reneia circumscrite a una ca-

la escagonar al raco r

Le demmestra en geometria, es

de = l



Radio "C; de la esfere tangente a les caras poute-

Le obtiene apliando la tironnela queral [2] (ver com. 33)

$$C_5 = \sqrt{a^2 - (d_5)^2} \cdot \sqrt{\left(\sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8}}\ell\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}}\ell\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8}} - \frac{5 + \sqrt{5}}{10} \times \ell = \sqrt{\frac{145 + 45\sqrt{5} - 20 - 4\sqrt{5}}{40}} \times \ell = \sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{40}} \times \ell = \sqrt{\frac{125 + 41\sqrt$$

= 2, 32 74 38 44 {

Para el caso del dibrijo, anà: C5 = 2, 32 74 38 44... × 22, 195 = 51,7 mm

Padis "Co" de la enfera tanquite a les caras escagoneles de lado "l"

Aplicando la formula general [2] (ver lan, 33)

$$=\sqrt{\frac{29+9\sqrt{5}-8}{8}}\ell=\sqrt{\frac{21+9\sqrt{5}}{8}},\ell=\sqrt{\frac{3(7+3\sqrt{5})}{8}}\times\ell=$$

$$= \sqrt{\frac{3}{8}} \cdot \sqrt{2 + 3 \sqrt{5}} \cdot \ell = \sqrt{\frac{3}{8}} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right) \ell = \left(\sqrt{\frac{27}{16}} + \sqrt{\frac{15}{16}}\right) \ell =$$

$$= \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{15}}{4}\right) \ell = \left(\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{4}\right) \ell = 2, 26, 72, 83, 94 \dots \ell$$

UNE A 4-210 x 79/



Para el caso del dibujo, serà: C = 2, 26 72 83 94... x 23, 195 = 50,3 mm

Lugulo cectilines "de del dido formado por una cara pentagonal, con el plano diametral del arquimedious que pasa por una arista de aquiella.

Le obtiene, en funcion de su tangente, por la foienneme

$$\frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{2 C_5}{\sqrt{4 (d_5)^2 - \ell^2}} = \frac{2\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{40}} \ell}{\sqrt{4 (\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}} \ell)^2 - \ell^2}} = \frac{\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{4 (\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}} \ell)^2 - \ell^2}} = \sqrt{\frac{4 \times \frac{5 + \sqrt{5}}{10}}{\sqrt{4 \times \frac{5 + \sqrt{5}}{10}} - 1}}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{20 + 4\sqrt{5}}{10} - 1}} = \frac{\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{10}}} = \frac{\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{10}}}} = \frac{\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{10}}}} = \frac{\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{10}}}} = \frac{\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{10}}}{\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{10}}}} = \frac{\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{10}}}}{\sqrt{\frac{10 + 4\sqrt{5}}{10}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{(125 + 41 \sqrt{5})(5 - 2\sqrt{5})}{2 \times (25 - 20)}} = \sqrt{\frac{625 + 205 \sqrt{5} - 250 \sqrt{5} - 470}{10}} = \sqrt{\frac{215 - 45 \sqrt{5}}{10}}$$

$$-\sqrt{\frac{43-9\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{43-9\sqrt{5}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{\frac{43+38}{2}} - \sqrt{\frac{43-38}{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{\frac{81}{2}} - \sqrt{\frac{5}{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$=\sqrt{\frac{81}{4}}-\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{9}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}=\boxed{\frac{9-\sqrt{5}}{2}}=3,38196601...1$$

Amounts acctiline "xe" del diedes formado por mer care



pasa por una arista de aquilla.

Le obtieur, en funcion de su tangente, por la formula gemeral [6] (ver lam. 33)

$$\frac{1}{\sqrt{4(d_6)^2 - \ell^2}} = \frac{2 \times \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{4}}{\sqrt{4(\ell)^2 - \ell^2}} = \frac{2 \times \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{4}}{\sqrt{4(\ell)^2 - \ell^2}} = \frac{9 + \sqrt{45}}{6} = \frac{1}{\sqrt{4(\ell)^2 - \ell^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{4(\ell)^2 - \ell^2}} = \frac{9 + \sqrt{45}}{\sqrt{4(\ell)^2 - \ell^2}} = \frac{1}{\sqrt{4(\ell)^2 - \ell^2}} =$$

$$= \frac{9+3\sqrt{5}}{6} = \boxed{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} = 2.61 80 33 99...$$

lg tg x6 = 0, 41 79 75 2

Angulo rectilines "95-6" del diedro formado por una cara pentagonal y cha exagenal, ambas requiles.

Aplicando la formula general [4] (ver lan. 33)

Cambien puede obtenerse directamente, ani:

$$\frac{9 - \sqrt{5}}{2} + \frac{3 + \sqrt{5}}{2} = 6$$

$$1 - \left(\frac{9 - \sqrt{5}}{2}\right) \times \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right) = 1 - \frac{27 - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 5}{4} = 1 - \frac{22 + 6\sqrt{5}}{4}$$



Okja e 9

$$= \frac{6}{4 - \frac{11 + 3\sqrt{5}}{2}} = \frac{12}{2 - 11 - 3\sqrt{5}} = \frac{12}{9 + 3\sqrt{5}} = \frac{4}{3 + \sqrt{5}} = \frac{4(3 - \sqrt{5})}{4} = \frac{12}{4}$$

=
$$-(3-\sqrt{5})$$
 q haciendo $x_0 = \pi - \psi_{5-6}$, será:

$$t_{g} \propto_{0} = -t_{g} V_{5-6} = -(-(3-V_{F})) = 3-V_{5} = 0.76 39 32 02...$$

valor coincidente un el anterior calculado

Angulo rectiones "96-6" del diedro formado por dos cares

Aplicando la foramula general [4] (ver lan. 33)

Cambien puede obtenerse directamente ase:

$$\frac{1}{5} \frac{1}{5} = \frac{1}{5} = \frac{2 + \frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{2 + \frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{4}$$

$$\frac{3+\sqrt{5}}{4-\frac{7+3\sqrt{5}}{2}} = \frac{2(3+\sqrt{5})}{-5-3\sqrt{5}} = \frac{2(3+\sqrt{5})(3\sqrt{5}-5)}{3\sqrt{5}+5} = \frac{2(3+\sqrt{5})(3\sqrt{5}-5)}{20} = \frac{2(3+\sqrt{5})(3\sqrt{5}-5)}{20}$$

(ES





$$= -\frac{9\sqrt{5} + 15 - 15 - 5\sqrt{5}}{10} = -\frac{4\sqrt{5}}{10} = -\frac{2\sqrt{5}}{5} = -0.89442719...$$

y haciendo « = T - 46-6, será.

la tu do = 7, 95 15 45 0 do = 41° 48' 37.2"

por lo que rera:

valor coincidente con el anterior calculado

Drea lateral "S" del arquimediano

Le compane de la suma de 12 caros pentagonales y 20 escagonales regulares, todas de lado "l".

ba apotema de una cara pentagonal es $\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}l$, j la una cara exagonal es $\frac{\sqrt{3}}{2}l$, seguin re demnestra en Geometria. El àrea total valdrà pues

$$S = 12 \times \frac{5}{2} \times \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \times \ell^2 + 20 \times \frac{6}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \ell^2 = \left(30\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} + 30\sqrt{3}\right)\ell^2 =$$

$$= 30 \left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} + \sqrt{3} \right) \ell^{2} = 77; 48 \ 10 \ 48 \ 30 \dots \ell^{2}$$

Noteman V" del arquementions



Le compone de la suma de 12 piramides regulares, de base pentagonal q altura "C5", y de 20 piramides requelares de base escagonal j'altura "Co". Lu volumen rena pues :

$$V = 12 \times \frac{5}{2} \times \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \ell^2 \times \frac{C_5}{3} + 20 \times \frac{6}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \ell^2 \times \frac{C_6}{3} =$$

$$= 10 \left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \times \sqrt{\frac{125+41\sqrt{5}}{40}} + \sqrt{3} \times \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{15}}{4} \right) \ell^{3} =$$

$$= 10 \left(\sqrt{(5 + \sqrt{5})(125 + 41\sqrt{5})} + \frac{9 + \sqrt{45}}{400} \right) \ell^{\frac{3}{2}} = 10 \left(\sqrt{625 + 125\sqrt{5} + 205\sqrt{5} + 205} + 205$$

$$+\frac{9+3\sqrt{5}}{4}\bigg)\ell^{3} = 10\left(\frac{\sqrt{830+330\sqrt{5}}}{20} + \frac{9+3\sqrt{5}}{4}\right)\ell^{3} = 10\left(\frac{\sqrt{10}+\sqrt{83+33\sqrt{5}}}{20} + \frac{9+3\sqrt{5}}{4}\right)\ell^{3}$$

$$= 10 \left(\frac{\sqrt{10} \times \left(\sqrt{\frac{83 + 38}{2}} + \sqrt{\frac{83 - 38}{2}} \right)}{20} + \frac{9 + 3\sqrt{5}}{4} \right) \sqrt{\frac{1210}{2}} + \sqrt{\frac{450}{2}} + \frac{9 + 3\sqrt{5}}{4} \right) \sqrt{\frac{2}{2}}$$

$$= 10 \left(\frac{\sqrt{605} + \sqrt{275}}{20} + \frac{9 + 315}{4} \right) \ell^{3} = 10 \left(\frac{11 \sqrt{5} + 15}{20} + \frac{9 + 315}{4} \right) \ell^{3} =$$

$$= 10 \left(\frac{11\sqrt{5} + 15 + 45 + 15\sqrt{5}}{20} \right) \ell^{3} = \left(\frac{36\sqrt{5} + 60}{2} \right) \ell^{3} = \left(\frac{13\sqrt{5} + 30}{2} \right) \ell^{3} = \frac{1}{2} \left(\frac{13\sqrt{5} + 30}{2} \right) \ell^{3} = \frac{1}{2}$$

= 59, 06 88 83 71 --- 13

FIGURA CORPOREA

Le obtiene por acoptamiento de 12 pontagonos requieres de lado "l= 20,2 mm g 20 emperos regulares de cond lato. El acepamiento debera hacerse de forma que en cada vista uncurren un pento mo o de como est.



En el cuadro sinóptico que damos a continuación ce resu-

CUADRO SINÓPTICO

Magnitud	Valor exacto	Valor desimal aproximado
a	V 29 + 9 V5 &	2, 47 80 19l
Ь	3 (V5 + 1) l	2, 42 70 51 l
Cs	V 125 + 47 V5	2, 32 74 38l
CG	3 V3 + V15 4	2. 26 72 84 8
d ₅	$\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{70}}\ell$	0,85 06 51l
de	1 €	1, 00 00 00 8
m	3 x \ \frac{21 + \V5}{218} \ \langle	0, 97 94 32 l
∝ ₅	tg 05 = 9-15	tg. <5 = 3.38 19 66 <5 = 73° 31' 40.0"
≪6	tg = 3+V5	tg de , 2, 61 80 34 de = 69° 5' 41,4"
Ψ5-6	$t_g $	tg 45-6 = -0, 76 39 32 45-6 = 142° 37' 21,4"
46-6	tg 46-6 = - 2 V5	tg 46-6 = - 0.89 44 27 46-6 = 138° 17' 22,8"
S	30 · (V 5+ 15 + V3) {2	77, 48 10 48 82
٧	$(13 \ V5 + 30) \ \ell^3$	59, 06 88 84 8



PROCESO GRÁFICO - ANALITICO

Después del cálculo de las magnitudes principales, vanus a proceder en la lámina 45, a la representación gráfica del lagrismediano XIII.

Para su trazado cros valdremos de cotas calculadas por las formulas anteriores, de procesos gráficos que estas complementarios, cuyo sulculo efectuaremos posterior mente. Todas las magnitudes las obtendremos en función del lade "l_{XIII}" del arquimediamo, cuya longitud es de 22, 195 mm.

on este objete, calcularies prenamente las siquientes mag

 $\ell_{\overline{XIII}}$ = Dato del ejercició = 22,2 mm α = 2,47 80 19 × 22,195 = 55.0 mm

b = 2, 42 70 51 x 22, 195 = 53, 9 mm

 $C_5 = 2,327438 \times 22,195 = 57.7 mm$

C₆ = 2,26 72 84 × 22,195 = 50,3 % m

d₅ = 0,85 06 51 × 22,195 = 18,9 mm

d₆ = 1,00 00 00 × 22,195 = 22,2 mm

Antes de proceder al trasado gráfico, observemos en la lamina 45, que la proyección del arquimediano en el plamo II, presenta una forma muy en mor, delido a la
terición elegida en su representación. Este requisadade
mos premite el trasado perio y directo de dicha pro-



Ceriendo presente la expuesto, el orden de operaciones del trasado gráfico (lámina 45), es el siguiente:

1º Situar el centro 0, de coordenadas 0 (72, 72, 85) mm.

2° Dibujar en I, II g II las proyecciones de la esteca, circunscrita de 55 mm de cadio.

3º Comenzar el trasado de la proyección II, dividiendo previamente, un gran escactitud y a partir de A, la circumteria proyección de la exfera inscrita, en 10 partes ignales.

L' Uniz los puntos de división con el centro O.

telas se encuentum las prospecciones de "todos" los vertices

*NOTA. El tomar el punto A como origen de división, treme pa objet el consequer que la rara jentagemal emperier

I as 5, la adyacente exagenal 3.9.19-20-10-4 y la exagemal contigua a esta 19.30-31-32-21-20, ambas en su parte

derecha, quadra todas perpendiculares a I, con lo cual, los

diedre de dichas caras fuedon elémerse directamente en I.

Igualmento ocurre esto con su parte simetrica in
ferior (simetria de centro 0).



del arquimediano. Pour determinados deberais trasanse eixcom ferencias concentricas con la exterior y merrestamente con los signientes cadios:

 Yentices
 1 al 5
 g 56 al 60
 Radio "d5"

 Yentices
 6 al 10
 g 51 al 55
 Radio "T4"

 Yentices
 11 al 20
 g 41 al 50
 Radio "T2"

 Yentices
 21 al 30
 g 31 al 40
 Radio "T3"

Los valores analíticos de estos cadios los determinaremos posterioremente.

6° Obtenida la projección total en II del arquimediacro, la determinación de la I g III es immediata si previamente trasamos en ambas paralelas al eje X, equidistantes del centro D, g a las distancias previamente
calculadas "fi", "f2" g "f3" (anyor valores determimaremos a continuación), sobre las que se encantrarain
las projecciones de todos sus vertices, en correspondencia con las ya obtenidas en II.

Como comprebación y mecesaria aqueda para el travado qualico dado antenormente, varnos a determinas analiticamente las requientes magnitudes comprementerias que daran gran exactitud a dicho travado.





Apôtema "ko" de una cara escagonal

Le demnestra en geometria, es

$$k_{\rm E} = \frac{\sqrt{3}}{2} l = 0, 86 60 25 4... \ell$$

Para el caro del dibujo, cerá: ko: 0,86 60 25 k... x 22,195 = 19.2 mm

Autaucia "g," de la vértices 6 al 10 al plane de la caau pentagonal 1 al 5, g de les vértices 51 al 55 al de la cara pentagonal 56 al 60.

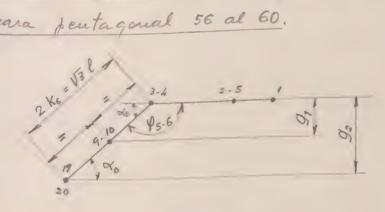


Figura 1

Lea (figura 1) la proyección parcial en I del arquimedians XIII, que comprende la cara pentagonal 1 al 5 g la contigua escago-

entre si el angulo conocido 45-6, siendo Xo el angulo suplementario del mismo.

ba altura "9," buscada es la proyección sobre II de la apoterna "K6" de: la cara contigua exaganal 3-9-19-20-

Lu magnitud vera pues:

$$g_1 = k_6$$
 sen $\propto_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ sen $\propto_0 \ell$ [1]

UNE A 4-210 x 297



pero siendo to 45.6 = - (3-15), será to x. = 3-15

y por la tanto

sen
$$\alpha_0 = \frac{tg \alpha_0}{\sqrt{1 + tg^2 \alpha_0}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{1 + (3 - \sqrt{5})^2}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{1 + (9 + 5 - 6\sqrt{5})}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{15 - 6\sqrt{5}}}$$

$$= \sqrt{\frac{(3-\sqrt{5})^2}{15-6\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{2(7-3\sqrt{5})}{3(5-2\sqrt{5})}} = \sqrt{\frac{2(7-3\sqrt{5})}{3(25-20)}} = \sqrt{\frac{2(7-3\sqrt{5})}{3(25-20)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(35 - 15\sqrt{5} + 14\sqrt{5} - 30)}{3 \times 5}} = \sqrt{\frac{2(5 - \sqrt{5})}{15}}$$

Nalor que custituido en [1], mos da

$$\boxed{g_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{\frac{2(5-\sqrt{5})}{15}} \quad l = \sqrt{\frac{6(5-\sqrt{5})}{4\times15}} \quad l = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} \quad l = 0.52 \quad 57 \quad 31 \quad 11... \quad l}$$

Para el caso del dibujo, será: 9, = 0,52 57 31 11... x 22,195 = 11,7 m m.

tuaremos el signiente cálculo triganométrico:

De la fig. 1 re deduce que

$$g_{1} = 0.5257313...$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} log. \quad 3 = \frac{1}{2} \times 0.4771213 = 0.2385607 \\ + lg. \quad \text{up} \quad 52^{\circ} \quad 37' \quad 21.4" = \frac{7.7832332}{0.0217939} \\ - lg \quad 2 = -0.3010300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} lg \quad 0.5257313 = 7.7207639 \end{cases}$$

UNE A 4-210 x 297



Natur any aproximado al decimal encolado anteriornente.

tienen los vértices 6 al 10 2 51 al 55, respectivamente.

Le obtiene por diferencia de las alturas "C5" y "g,",

$$f_1 = 2 (C_5 - g_1) = 2 \times (\sqrt{\frac{125 + 41 \sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}}) \ell =$$

$$= 2 \times \sqrt{\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{40} - \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}}}^2} \times \ell = 2 \times \sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{40} + \frac{5 - \sqrt{5}}{10} - 2\sqrt{\frac{(125 + 41\sqrt{5})(5 - \sqrt{5})}{400}}} \ell$$

$$=2\sqrt{\frac{125+41\sqrt{5}+20-4\sqrt{5}}{40}}-2\times\frac{\sqrt{625+205\sqrt{5}-125\sqrt{5}-205}}{20}$$

$$= 2 \sqrt{\frac{145 + 37 \sqrt{5}}{40} - \frac{\sqrt{420 + 80 \sqrt{5}}}{10}} = \ell = 2 \sqrt{\frac{145 + 37 \sqrt{5}}{40} - \frac{\sqrt{20}(21 + 4 \sqrt{5})}{10}} \times \ell$$

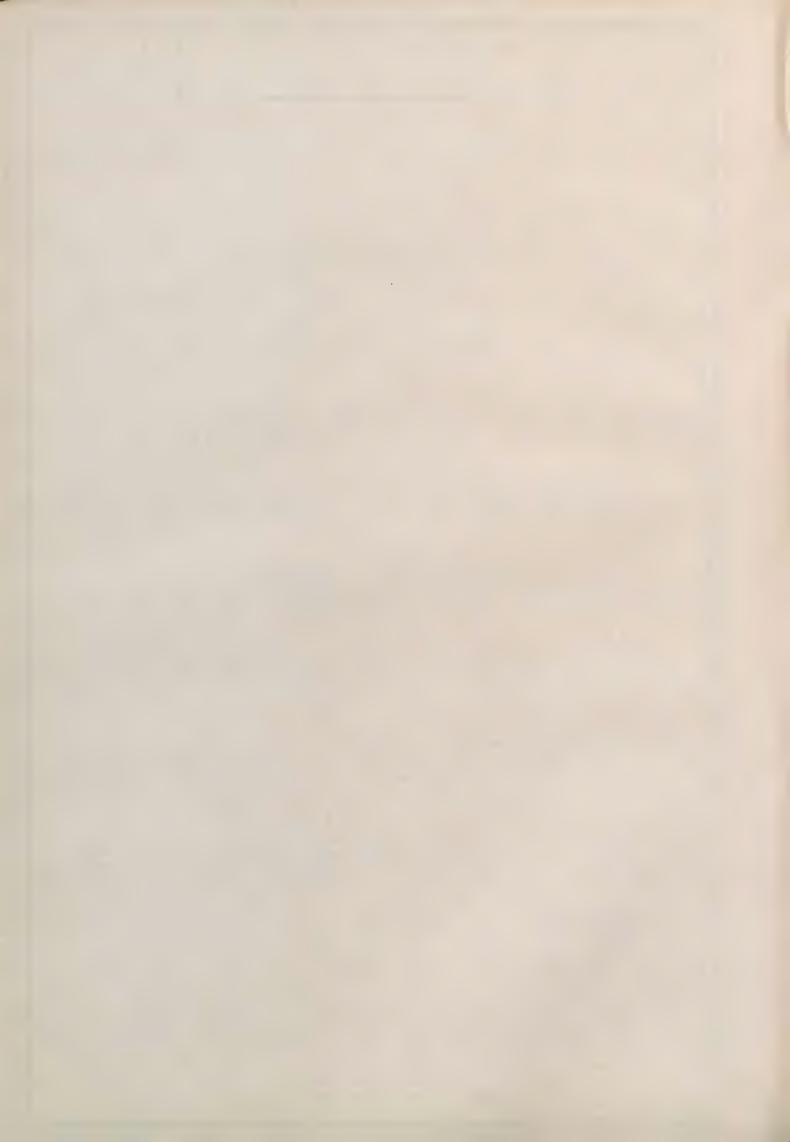
$$2\sqrt{\frac{145+37\sqrt{5}}{40}} - \frac{\sqrt{20} \times \left(\sqrt{\frac{21+19}{2}} + \sqrt{\frac{3/-19}{2}}\right)}{10} + \sqrt{\frac{2}{2}} + \sqrt{\frac{3/-19}{2}}$$

$$=2\sqrt{\frac{145+37\sqrt{5}}{40}-\frac{20+2\sqrt{5}}{10}} \times l = 2\sqrt{\frac{145+37\sqrt{5}-80-2\sqrt{5}}{40}} \times l = 2\sqrt{\frac{65+29\sqrt{5}}{40}} l =$$

$$= \sqrt{\frac{65 + 29\sqrt{5}}{10}} \cdot l = 3, 60 34 14 65 \dots l$$

Para el caro del diberjo, será: f. = 3, 60 34 14 65.- x 22, 195 = 80,0 mm.

E



rértices 6 al 10 g 51 al 55 respectivamente

Este radio es un cateto de un trianquelo rectanquelo de hipoternesa "a" y el otro cateto "f.". In valor verá:

$$= \sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{65 + 39\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{145 + 45\sqrt{5} - 65 - 29\sqrt{5}}{40}} \times \ell = \sqrt{\frac{80 + 16\sqrt{5}}{40}} \ell =$$

Para el caso del diberjo, cerá: 17 = 1, 70 13 01 60... x 22, 195 = 37.8 mm

Distancia "92" de los vértices 11 al 20 al plano de la cara penpentagonal 1 al 5, g de los vértices 11 al 50 a la cara pentagonal 56 al 60.

de la figura 1 se deduce que

$$g_2 = 2 g_1 = 2 \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} \ell = \sqrt{\frac{2(5 - \sqrt{5})}{5}} * \ell = \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} * \ell = \sqrt{$$

= 1, 05 14 62 22 l

Para el caso del dibujo, cerá: 92 = 1. 05 14 C2 22... x 22, 195 = 23,3

(65



distance "f:" in the la de place puelles a II que contienen les vértices 11 al 20 2 de de 50 enfectionents.

Je obtiene por diferencia de les alturas "C5" 2 "92", ya calculadas.

$$f_2 = 2 \left(c_5 - g_2 \right) = 2 \times \left(\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} \right) \times \ell =$$

$$= 2 \times \sqrt{\left(\sqrt{\frac{125 + 41\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}}\right)^2} \times l = 2 \sqrt{\frac{125 - 41\sqrt{5}}{40} + \frac{10 - 2\sqrt{5}}{5} - 2 \sqrt{\frac{(125 + 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}}} \times l = 2 \times \sqrt{\frac{125 - 41\sqrt{5}}{40} + \frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} = 2 \sqrt{\frac{(125 + 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{125 - 41\sqrt{5}}{40} + \frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} = 2 \sqrt{\frac{(125 + 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{125 - 41\sqrt{5}}{40} + \frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} = 2 \sqrt{\frac{(125 + 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{125 - 41\sqrt{5}}{40} + \frac{10 - 2\sqrt{5}}{5}} = 2 \sqrt{\frac{(125 + 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l = 2 \sqrt{\frac{(125 - 41\sqrt{5})(10 - 2\sqrt{5})}{200}} \times l$$

$$=2\sqrt{\frac{125+41\sqrt{5}+80-16\sqrt{5}}{40}-2\sqrt{\frac{2*(625+205\sqrt{5}-125\sqrt{5}-205)}{200}}}\times \ell=2\sqrt{\frac{125+41\sqrt{5}+80-16\sqrt{5}}{40}}$$

$$= 2 \sqrt{\frac{205 + 25 \sqrt{5}}{40} - \frac{2}{10} \sqrt{420 + 80 \sqrt{5}}} \times l = 2 \times \sqrt{\frac{41 + 5 \sqrt{5}}{8} - \frac{1}{5} \sqrt{20 (21 + 4 \sqrt{5})}} \cdot l =$$

$$= 2 \sqrt{\frac{41 + 5\sqrt{5}}{8} - \frac{1}{5} \sqrt{20} \left(\sqrt{\frac{21 + 19}{2}} + \sqrt{\frac{21 - 19}{2}} \right) \times \left(= 2 \sqrt{\frac{41 + 5\sqrt{5}}{8} - \frac{\sqrt{20}(\sqrt{20} + 1)}{5}} \right)}$$

$$= 2\sqrt{\frac{21+5\sqrt{5}}{8}} - \frac{20+2\sqrt{5}}{5} + \ell = 2\sqrt{\frac{205+25\sqrt{5}-160-16\sqrt{5}}{40}} + \ell = \sqrt{\frac{45+9\sqrt{5}}{10}} \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{9(5+\sqrt{5})}{10}} \ell = 3\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \ell = 3d_5 = 2, 55 19 52 64 - ... \ell$$

retices II at 30 2 41 at 50 megetatare.

Este rades es une cateto de un hamaquelo rectorquelo



de hipoterusa "a" q el otro cateto " 12". Lu valor será:

$$|r_2| = \sqrt{a^2 - \left(\frac{f_2}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{\frac{29 + 7\sqrt{5}}{8}}\ell\right)^2 - \frac{1}{4}\left(3\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}}\ell\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8} - \frac{9}{4} \times \frac{5 + \sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8} - \frac{45 + 9\sqrt{5}}{40}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{145 + 45\sqrt{5} - 45 - 9\sqrt{5}}{40}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 + 9\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{$$

= 2, 12 12 55 hh ... l

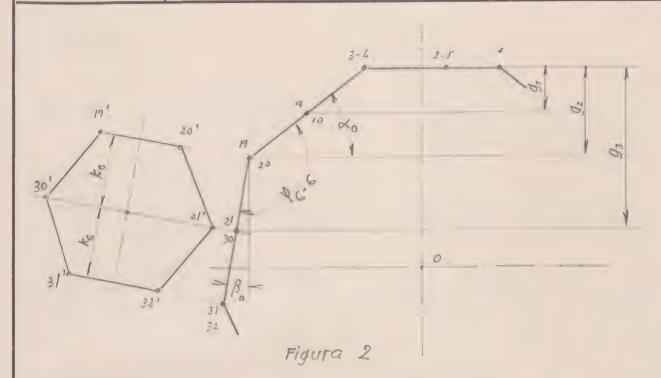
Para el caso del dibujo, serà: T2 = 2, 12 42 55 44 ... 22, 195 = 46,7 mm

Distancia "93" de los vértices 21 al 30 al plans de la caca pentagonal 1 at 5, 9 as la victices 31 at 40 at de la cara pentagonal 56 al 60

Refiriendonos a la lamina 45, vernos que la cara exagonal ! 19-30-31-32-21-20, contigua a la exagonal 3-9-19-20-10-4 g de arista común 19-20, estan las dos proyectadas sobre I seguin lineas cectas, por ser sus cespectivos plamos perpendiculares a I, j por lo tanto la arista comine 19-20, intersección de dichas caras, será tambien perpendi-

En la figura 2 representants el contorno enperior isquier do del arquimediano en dicha cona, que in-





cluyé la representada en la figura 1. La cara exagonal 3.9-19-20-10-4, tiene contigua la decagonal superior 1 al 5, pacalela a II, g la también exagonal 19-30-31-32-21-20, oblique
a II; este sillime la homos representade también abatida
solve el plano del dibujo (parte isquieras de la figura).

Dé la figura se deduce:

$$\varphi_{6-6} - \alpha_0 = \frac{\pi}{2} + \beta_0$$
 [1]

siendo "Bo" el ánquelo de proyección cobre II de la mencionada cara decagonal oblicua inferior.

De la [1] se deduce:

$$tg\left(\varphi_{6-6}-\alpha_{0}\right)=tg\left(\frac{\pi}{2}+\beta_{0}\right)=-ctg\left(\beta_{0}\right)$$
 [2]

per ya hours deducered on al calcula on "g," form pag. 17)

que



por la que

$$tg(Y_{6-6} - X_0) = \frac{tg(Y_{6-6} - tg(X_0))}{1 + tg(Y_{6-6} \times tg(X_0))} = \frac{-\frac{2V5}{5} - (3 - V5)}{1 + (-\frac{2V5}{5}) \times (3 - V5)} = \frac{-\frac{2V5}{5} - (3 - V5)}{1 + (-\frac{2V5}{5}) \times (3 - V5)}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} - 3 + \sqrt{5} \qquad \frac{-2\sqrt{5} - 15 + 5\sqrt{5}}{5} \qquad 3\sqrt{5} - 15 \qquad \sqrt{5} - 5$$

$$\frac{-6\sqrt{5}}{5} + \frac{10}{5} \qquad \frac{5 - 6\sqrt{5} + 10}{5} \qquad 15 - 6\sqrt{5} \qquad 5 - 2\sqrt{5}$$

$$= \frac{5 - \sqrt{5}}{5 - 2\sqrt{5}} = \frac{(5 - \sqrt{5})(5 + 2\sqrt{5})}{5} = \frac{25 - 5\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 10}{5} = \frac{15 + 5\sqrt{5}}{5}$$

$$-(3+\sqrt{5})=-ctg\beta_0 \qquad "ctg\beta_0=3+\sqrt{5} \qquad "$$

$$\frac{1}{7}$$
 $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}$

$$\cos \beta_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 \beta_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{4}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{9 + 5 - 6\sqrt{5}}{16}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{14 - 6\sqrt{5}}{16}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{7 - 3\sqrt{5}}{8}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8 + 7 - 3\sqrt{5}}{8}}} = \sqrt{\frac{8}{15 - 3\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{8}{3(5 - \sqrt{5})}} = \sqrt{\frac{8(5 + \sqrt{5})}{3 \times 20}} = \frac{1}{3 \times 20}$$

$$g_3 = g_2 + k_6 \approx \beta_0 = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{3}}{5}} \cdot l + \frac{\sqrt{3}}{2} l \times \sqrt{\frac{2(5+\sqrt{5})}{15}} =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{5}} + \sqrt{\frac{6(5+\sqrt{5})}{60}} \right) \ell = \left(\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{5}} + \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} \right) \ell =$$

(30



$$= \sqrt{\left(\sqrt{\frac{10-315}{5}} + \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}\right)^2} \times 1 = \sqrt{\frac{10-3\sqrt{5}}{5} + \frac{5+\sqrt{5}}{10} + 2\sqrt{\frac{(10-2\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{50}}} \times 1 = \sqrt{\frac{10-3\sqrt{5}}{5} + \frac{5+\sqrt{5}}{50} + 2\sqrt{\frac{(10-2\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{50}}} \times 1 = \sqrt{\frac{10-3\sqrt{5}}{50} + \frac{5+\sqrt{5}}{50} + 2\sqrt{\frac{(10-2\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{50}}} \times 1 = \sqrt{\frac{10-3\sqrt{5}}{50} + \frac{5+\sqrt{5}}{50} + \frac{3\sqrt{5}}{50}} \times 1 = \sqrt{\frac{10-3\sqrt{5}}{50} + \frac{5+\sqrt{5}}{50} + \frac{3\sqrt{5}}{50} + \frac{3$$

$$= \sqrt{\frac{20 - 4\sqrt{5} + 5 + \sqrt{5}}{10}} + 2\sqrt{\frac{50 - 10\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 10}{50}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5}}{10}} + 2\sqrt{\frac{40}{50}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5}}{10}} + 2\sqrt{\frac{40}{50}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{40}{50}} \times \ell = \sqrt{\frac{40}{50}}$$

$$= \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5}}{10} + 2 \times \frac{2}{\sqrt{5}}} \times l = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5}}{10} + \frac{4\sqrt{5}}{5}}, l = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}}{10}}, l = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}}{10}}, l = \sqrt{\frac{25 - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{25 + 5\sqrt{5}}{10}} \times \ell = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} \cdot \ell = 1.90 \ 21 \ 13 \ 03 \dots \ell$$

Para el ceso del dibujo, será: 93 = 1,70 21 13 03 ... x 22, 195 = 42,2 mm

Distancia "F3" entre la des planes paraleles a II que contien u los virtices 21 al 30 q 31 al 10 respectationente

Je obtiene por diferencia de las alturas "C5" 7 "93"
ya calculadas

$$=2\sqrt{\left(\sqrt{\frac{125+41\sqrt{5}}{40}}-\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}\right)^{2}} =2\sqrt{\frac{125+41\sqrt{5}}{40}+\frac{5+\sqrt{5}}{2}-2\sqrt{\frac{(125+41\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{80}}}$$

$$=2\sqrt{\frac{125+41\sqrt{5}+100+20\sqrt{5}}{40}}-\sqrt{\frac{625+205}{625+205}\sqrt{5}+\frac{125\sqrt{5}+205}{20}}\times\ell=$$

$$= 2\sqrt{\frac{225 + 61\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{830 + 330\sqrt{5}}{20}} = \ell = 2\sqrt{\frac{225 + 61\sqrt{5}}{40}} - \frac{\sqrt{83 + 33\sqrt{5}}}{\sqrt{2}} = \ell = 2\sqrt{\frac{225 + 61\sqrt{5}}{40}} = \sqrt{\frac{830 + 33\sqrt{5}}{100}} = 2\sqrt{\frac{100 + 100}{100}} = \sqrt{\frac{100 + 1000}{100}} = \sqrt{\frac{1$$

$$= 2\sqrt{\frac{225 + 61\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{83 + 38}{2}} + \sqrt{\frac{83 - 38}{2}} \times \ell = 2\sqrt{\frac{225 + 61\sqrt{5}}{40}} - \sqrt{\frac{121}{4}} - \sqrt{\frac{45}{4}} \times \ell =$$



$$= 2 \sqrt{\frac{225 + 61\sqrt{5}}{40} - \frac{11}{2}} - \frac{3\sqrt{5}}{2} \cdot \ell = 2 \sqrt{\frac{225 + 61\sqrt{5} - 220 - 60\sqrt{5}}{40}} \times \ell =$$

$$= \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}} \ell = 0,85 06 50 88 \dots \ell$$

Para el caso del dibujo, sera: f3 = 0, 85 06 50 88... x 22, 195 = 18,9 mm

Radio "13" de las circum rencies que contienen a los vertices 21 al 30 g 31 al 40 respectivamente

hipotemura "a" y el otro cateto " f3". Lu valor rerà:

$$\lceil r_3 \rceil = \sqrt{a^2 - \left(\frac{r_5}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8}}e\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}}\ell\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{29 + 9\sqrt{5}}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{5 + \sqrt{5}}{10}} \times l = \sqrt{\frac{145 + 45\sqrt{5} - 5 - \sqrt{5}}{40}} \times l = \sqrt{\frac{140 + 44\sqrt{5}}{40}} \times l = \sqrt{\frac{1$$

$$= \sqrt{\frac{35 + 11\sqrt{5}}{10}} \times l = 2, 44 12 44 51 - ... l$$

Para el caso del dibujo, sera: 13 = 2.44 12 44 51... x 22,195 = 54.2 mm

En el cuadro simóptico que damos a continuación, resuminant los assultado de los dobres completados de se tuendos.



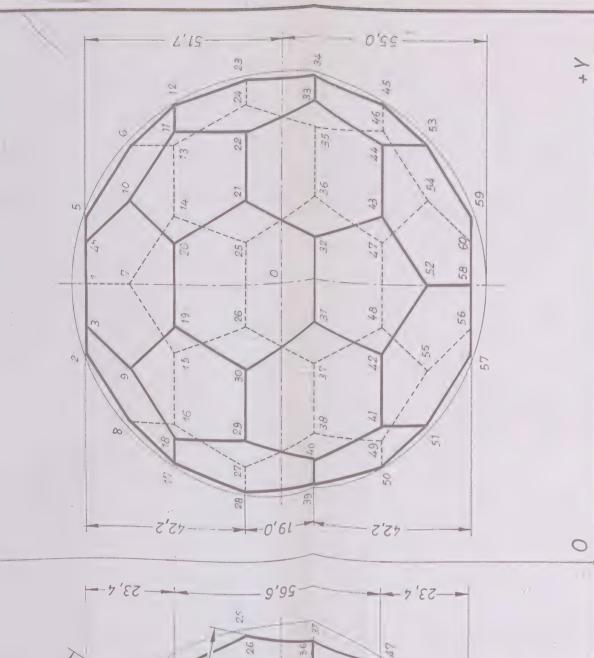
CUADRO SINÓPTICO DE LAS MAGNITUDES COMPLEMENTARIAS

Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximado
k ₅	$\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{20}} \ell$	0, 68 81 91 l
k ₆	<u>√3</u> ℓ	0. 86 60 25l
f ₁	V 65 + 29 V5	3, 60 34 15 {
f_2	$3\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}\ell$	2, 55 19 53l
£3	V 5 + V5	0, 85 06 51l
91	V 5 - VS L	0, 52 57 31 l
92	V 10-295 f	1. 05 14 62 8
93	$\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}\ell$	1, 90 21 13 l
Гэ	$\sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{5}} \ell$	1. 70 13 02
Γ2	V 25 + 9 V5 1	2, 12 42 55l
Гз	V 35 + 71 V5 1	2, 44 12 45 1

(= =



Z+



ARQUIMEDIANO XIII

$C_s = 12$	$C_6 = 20$	09 = /	06 = 4	+ 2 P
				0
Numero de caras pentagonales	de caras exagonales	Número de vértices	aristas	Número de caras de un ángulo sólido
OP	de	de	de	de
Numero	Número	Número	Número de aristas.	Número

ENUNCIADO

e Representar por el método gráfico-CQda vértice concurren un pentágono y analítico, en los planos I, II y III Arquimediano XIII, en el que en dos exágonos regulares.

La longitud de su lado es de 22,2... las coordenadas de su centro... 0, son 0(72, 72, 85) mm. mm y

esca-D Dibujar en formato A3v y D

1+

137	789 A	147		
25.5		00	35	
	7 - 7'22			m
	m 27	3		D
The state of the s				

Entregada entrega De Fecha: Alumno: 1:1 Escala

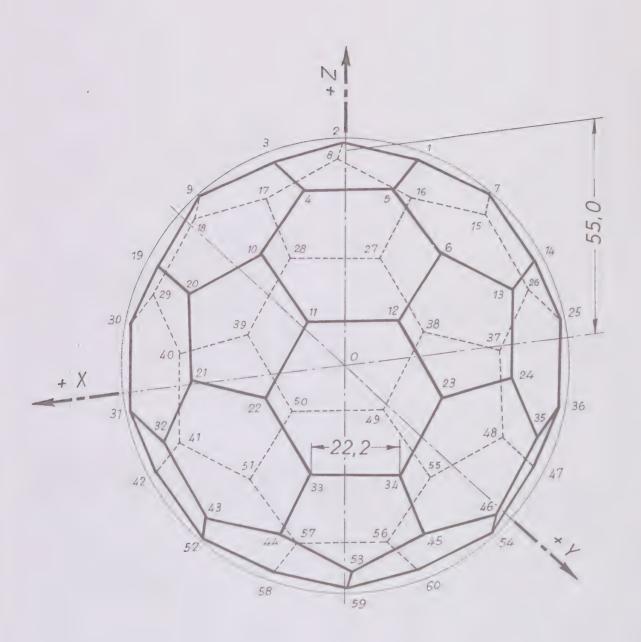
Escuela

Califi-cación

Arquimediano XIII

Lámina 45 Curso 19 - 19







ENUNCIADO

Representas, por el metodo gráfico-analítico, en los plamos I, II g III, un Arquimediano de la Perie An, en
el que en cada vértice concernen tres triançulos equilàterro g un prhigorno de "n" lados, todos asquelases g
de igual lado, ciendo "n" matural g mayor que 3

La longitud del lado, para n = 7
es de 44.7 mm, g las coordenadas de su centro 0, son:
0 (72, 72, 85) mm.

Dibujar en formato A3V g a escala 1:1

DATOS: $O(72, \times 2, 85)_{mm}$ $\ell_{A7} = 44.7 mm$

UNE A 4-210 x 297



CONSIDERACIONES PREVIAS

Lequiremos en el estudio de estos arquimedianos, las directaires o formulas que ales planteadas en el "Arquimediano I;" lamina 33.

que el minuto de lados del poliferio regular Pn, prede ser un minuero matural cualquiera mayor que 3. El estudio que realizamos a continuación considera este polígono
en peneral, para cualquier valor de "n", así como la
torigitad de ser rado currespondiente que designaremos a su ver, en forma general "l" (n > 3).
Determinaremos las signientes magnitudes

la = ilrista del Arquimediamo Series An (dato del ejer-

a = Radio de la estera circumscrita

b = Radio de la esfera Tangente a las aristas

c3 - Radio de la enfera tanquet a las mas tranque-

Cn : Radio de la enfera tamente a las caras del peligano regular de "n" lados que en todo los casos son tan sólo dos. Pn.

d3 = Radio de la circumferencia circumscrita à una cara triangular



- de la circumferencia circumscrita a una cara regular de "n" la dos.
- m = Radio de la circumferencia circumscrita al polique obtendo al unio los extremos de las asestas de un ángulo sobido.
 - « a trimmenter, con el prano diametral del arquimediano que para por una arista de aquilla.
- aquilar de "" lado, seu el plano diametral del arquientediano que pasa por una arista de aquelle.
- 43-n = Anquelo adilimeo del diedro formado por una cara triangular y otra aegular de "n" lado
- 43-3 = Angulo recletimes del diedes formado por de a-
- S = Luperficie
- V = Nolumen

PROCESO GRÁFICO - ANALÍTICO

El celusio and de et arquimediano nos indira que se compone de "2n" caras trianquelares, 2 caras requeses de "n" lado; "2n" vértices y "4n" aristas. En cada vértice concurren 3 caras trianquelares y uma regular de "n" lados, todas as squal lado.



Limina 15

Asi pues, tendremos que:

ARQUIMEDIAND "An" (3P3 + 1Pn); C3 = 2n; Cn = 2; V= 2n; A=4n

Cálculo de sus magnitudes

Anista "l" del arquimediano

Dato del ejercicio

Redio "m" de la circumferencia circumscrita al polignes ettenido al muir lo extremo de las anatro aristes de me

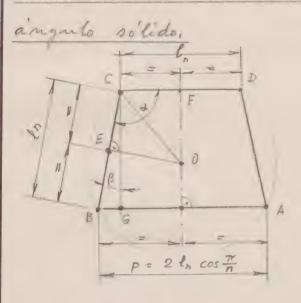


Figura 1

is is celes A.B.C.D (fig. 1) cuya tanto tare menor C.D y one lactor oblicuos C.B g D-A son todo ignales al lado "l," del arquimediano; la bare mayor A.B es la diagonal "p"

del soligons return in our une

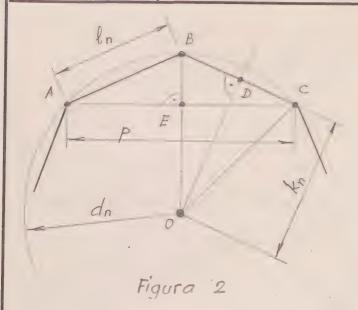
les extremos de des lades consecutivos (p>l.).

El valor de la diagonal "p" se deduce de la figura 2, en la que representamos parte del contorno de la cara regular de "n" lados.

" tiends n > 3 el anguls & sera siempre & = 7 2 ; por con-

JNE A 4-210 x 297





Tenemos AB = BC = ln.

dos lados consecutivos de

un poleçano cegular de

n' lados, siendo ln la

longitud de su lado, q

O el centro de su cir
cumpositud de su cir-

Unamor tos extremos \$\overline{B}_{g} \overline{C} de un lado, con el centro 0; el triangulo \overline{OBC} reca isósceles o ru altura
00, perpendicular a \$\overline{BC}\$ en ru punto medio q bisectriz del angulo \$\overline{BC}\$.

De la figura ac deduct:

$$\widehat{BOC} = \frac{2\pi}{n} \quad \widehat{BOD} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = \frac{\pi}{n} \quad \widehat{DBO} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}$$

$$EC = BC$$
 sen $DBO = l_n$ sen $(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}) = l_n$ cos $\frac{\pi}{n}$

y fenalmente

$$\overline{AC} = \overline{P} = 2 \cdot \overline{EC} = 2 \cdot l_n \cos \frac{\pi}{n}$$

La apotema del poligono serà:

apeterna =
$$\overline{OD} = k_n = \overline{5D} \times \overline{tg} \ \overline{DBO} = \frac{\ell_n}{2} : tg \frac{\pi}{n}$$
 [2]

y el cadio de la circumferencia circumscrita:

[1]



$$\overline{OB} = \overline{dn} = \overline{BD} : \cos \overline{DBO} = \frac{\ell_n}{2} : \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}\right) = \frac{\ell_n}{2} : \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}$$

Reficiendonos a la figura 1, tracerno por E J F, pento, medios respectivos de los lados BC J CD, perpendiculares a estos, dichas perpendiculares se contarán en un punto O, centro de la circumferencia circumscrita al trapecio A-B-C-D, J de radio OC = m. Erarando seguidamente por C la perpendicular a BA, re mo formará el triánquelo rectairquelo CBG, recto en G; en este se verificará que

$$\overline{8G} = \frac{\overline{8A - cD}}{2} = \frac{2 \ell_n \cos \frac{\pi}{n} - \ell_n}{2} = \ell_n \cos \frac{\pi}{n} - \frac{\ell_n}{2} = \left(\cos \frac{\pi}{n} - \frac{1}{2}\right) \ell_n$$

pero siendo

$$\cos \widehat{CBG} = \operatorname{sen} \widehat{BCG} = \frac{BG}{BC} = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{n} - \frac{1}{2}\right) \ell_n}{\ell_n} = \cos \frac{\pi}{n} - \frac{1}{2}$$

g tambien

$$\alpha' = 2\pi - \widehat{CEG}$$

sera cos
$$\alpha = \cos \left(2\pi - \overline{c}BG\right) = -\cos \overline{c}BG = -\left(co \frac{\pi}{n} - \frac{1}{2}\right)$$

por lo que

$$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{4} \right)} = \sqrt{\frac{1 - \left(\cos \frac{\pi}{n} - \frac{1}{2} \right)}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{2} - \cos \frac{\pi}{n}}{2}} = \sqrt{\frac{3 - 2\cos \frac{\pi}{n}}{4}}$$

y finalmente, de la figura 1 re deduce que

$$CO = \boxed{m} = \frac{EC}{4} = \frac{l_n \cdot 2}{\sqrt{3 - 2 \cos \frac{\pi}{n}}} l_n = \frac{l_n}{2 \sqrt{\frac{3 - 2 \cos \frac{\pi}{n}}{4}}} l_n = \frac{l_n}{4}$$



Oboje a 6

$$= \frac{1}{\sqrt{3-2\cos\frac{\pi}{n}}} l_n = \sqrt{\frac{1}{3-2\cos\frac{\pi}{n}}} l_n$$

"Cálculo logaritmico

lg 1 = 0, - lg 1, 19 80620 =-0,0784591

7,9215409

 $\frac{1}{2}$ lg 1, 92 15 409 = 7, 96 07 603

Antilog 7, 96 07 603 = 0,9136089

Para el caso del dibujo n = 7, sera : 1

$$m = \sqrt{\frac{1}{3-2 \cos (180^\circ:7)}} \ell_7 = \sqrt{\frac{1}{3-2 \cos 25^\circ 42' 51.4''}} \ell_7 =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3-2\times0.9009690}} \times \ell_7 = \sqrt{\frac{1}{1,1980620}} \times \ell_7 =$$

lg cos 25° 42′ 51,4″ =

= 1, 95 47 09 8

Antilog 7, 95 47 098 =

Radio "a" de la espera circumscrita

÷ 0, 90 09 69 0

Le oblique aplicando la formula general [1] et la ma 3)

$$a = \frac{\ell_n^2}{2\sqrt{\ell_n^2 - m^2}} = \frac{\ell_n^2}{2\sqrt{\ell_n^2 - (\sqrt{\frac{1}{3 - 2\cos\frac{\pi}{n}}} \times \ell_n)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{1}{3 - 2\cos\frac{\pi}{n}}}} \times \ell_n = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{1}{3 - 2\cos\frac{\pi}{n}}}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\frac{3-3\cos\frac{\pi}{n}-1}{3-2\cos\frac{\pi}{n}}}} \ell_n = \sqrt{\frac{3-3\cos\frac{\pi}{n}}{4(2-2\cos\frac{\pi}{n})}} - \ell_n = \sqrt{\frac{3-3\cos\frac{\pi}{n}}{8(1-\cos\frac{\pi}{n})}} \times \ell_n$$

From el coso del dicago n=7. rerà:

$$Q = \sqrt{\frac{3-2 \cos (180^\circ; 7)}{8 (1-\cos (180^\circ; 7))}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}} \times \ell_n = \sqrt{\frac{3-2 \cos 25^\circ 41' 51,4''}{8 (1-\cos 25^\circ 41' 51,4'')}}$$

$$= \sqrt{\frac{3-2\times0.90009690}{(1-0.90009690)}} \cdot \ell_n = \sqrt{\frac{1.1980620}{0.7923480}} \times \ell_n = 1.2297280 \times \ell_n$$

UNE A 4-210 x 297



Calculo logaritanico anterior

½ × 0.17 96 18 2 = 0,08 98 09 1

Antilog 0, 08 98 69 1 = 1,22 97 28 0...

Para el caso del dibujo
$$n = 7$$
 g $a = .55,0$ sera:

 $a = .55$ mm.

 $l_{7} = \frac{.55}{1.22 97 28} = .44,725$ mm.

Radio "b" de la esfera tangente a las aristas

Le obtiens aplicando la formula general [3] (ver lam. 33)

$$b = \sqrt{a^2 - \frac{\ell_n^2}{4}} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{3 - 2\cos\frac{\pi}{n}}{8(1 - \cos\frac{\pi}{n})}} \times \ell_n\right)^2 - \frac{1}{4}\ell_n^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{3-2\cos\frac{\pi}{n}}{8(1-\cos\frac{\pi}{n})}} - \frac{1}{4} = \ell_n = \sqrt{\frac{12-8\cos\frac{\pi}{n}-8(1-\cos\frac{\pi}{n})}{32(1-\cos\frac{\pi}{n})}} \times \ell_n =$$

$$= \sqrt{\frac{12 - 8 \cos \frac{\pi}{n} - 8 + 8 \cos \frac{\pi}{n}}{32 \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)}} \cdot \ell_n = \sqrt{\frac{4}{32 \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)}} \times \ell_n =$$

$$=\sqrt{\frac{1}{8\left(1-\cos\frac{\pi}{n}\right)}}\times\ell_{n}$$

The el caso del dilego 11 = ", sora!



$$= \sqrt{\frac{1}{8 \left(1 - 0.70.09.69.01\right)}} \times \ell_{7} = \sqrt{\frac{1}{0.79.22.48.0}} \times \ell_{7} = 1.12.34.90. \times 44.725 =$$

- 50,2 mm.

Radio "d3" de la circumferencia circumscrita a una cara triangular

Le dénuestre en geometria es

$$d_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \ell_n = 0, 57 73 50 27...\ell_n$$

Para el caso del dibujo, será: d3 = 0.57 73 50 27... 44,725 = 25,8 mm

Radio "de la cicumiencia arcunscrita a una rea

En la pagina s, formula [3], hemos determinado su valor.

$$d_n = \frac{\ell_n}{2} : sen \frac{\pi}{n}$$

Para el caso del dibujo, n = 7, serà:

$$d_{7} = \frac{1}{2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}} l_{n} = \frac{1}{2 \operatorname{sen} (180^{\circ}; 7)} l_{n} = \frac{1}{2 \operatorname{sen} (25^{\circ} 41' 51.4'')} l_{n} = \frac{1}{2 \operatorname{sen} (25^{\circ} 41' 51.4'')}$$



Radio "G" de la estera tangente a las caras trianquelanes de lado "L"

Le obtiene aplicando la foranula general [2] (rer lane, 33)

$$G_{3} = \sqrt{a^{2} - (d_{3})^{2}} = \sqrt{\frac{3 - 2 \cos(\pi : n)}{8(1 - \cos(\pi : n))} \cdot \ell_{n}}^{2} - (\frac{\sqrt{3}}{3} \ell_{n})^{2} =$$

$$= \sqrt{\frac{3-2\cos{(\pi:n)}}{8(1-\cos{(\pi:n)})} - \frac{1}{3}} \times \ell_n$$

Para el caso del dilenjo n = 7, será: (ver catento mumerios a)

$$C_{3} = \sqrt{\frac{3-2 \text{ cs } (180^{\circ}:7)}{8(1-\cos(180^{\circ}:7))}} - \frac{1}{3} \times \ell_{n} = \sqrt{\frac{1, 1980620}{0.7922480} - \frac{1}{3}} \times \ell_{n} =$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1, 198062 - 0.792248}{3 \times 0.792248}} \times l_n = \sqrt{\frac{2,801938}{2.276744}} \times l_n =$$

= 1.08 57 68 8 ... × 44, 725 = 48,6 m m

Radio "Cn" de la espera tampente a las corres segulares de

Aplicando la foramula general [2] (ver lam. 33)

$$C_n = \sqrt{a^2 - (d_n)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot ... (\pi : n)}{8 \cdot (1 - \iota s) (\pi : n)}} * \ell_n\right)^2 - \left(\frac{\ell_n}{2 \cdot sen (\pi : n)}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{3-2}{8(1-4\pi,(\pi,n))} - \left(\frac{1}{2 \operatorname{acm}(\pi,n)}\right)^2} \cdot \ell_n$$



Para el caso del dibujo, será n=7 (ver cále. num. de "a" ; "d7")

$$C_{y} = \sqrt{\frac{3-2 \cos (\pi:7)}{2(1-4 \cos (\pi:7))}} - \frac{1}{\left[2 \cos (\pi:7)\right]^{2}} \times \ell_{y} = \sqrt{\frac{1.1980620}{0.7922480} - \left[\frac{1}{0.8677672}\right]^{2}}$$

$$= \sqrt{1,5/22310 - 1,3279861} \times \ell_n = \sqrt{0,1842449} \times \ell_n = 0.4292376 \times \ell_n =$$

= 0, 42 92 37 6 ... × 44, 705 = 19, 2 min.

Angulo rectiliere o "x3" del diedro fermado por una cara triangular, con el plano diametras del arquimedieno que pasa por una arista de aquella

Le obtiene, en función de su tangente, par la formula general [5] (mes lam. 33)

$$\frac{1}{\sqrt{4} (d_3)^2 - \ell_n^2} = \frac{2 c_3}{\sqrt{4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 1}} = \frac{2 c_3}{\sqrt{\frac{1}{3}} \ell_n} = 2\sqrt{3} \times \frac{c_3}{\ell_n}$$

$$= 2\sqrt{3} \sqrt{\frac{3-2\cos(\pi:n)}{8(1-\cos(\pi:n))} - \frac{1}{3}} \times \frac{\ell_n}{\ell_n} = 2\sqrt{\frac{9-6\cos(\pi:n)}{8(1-\cos(\pi:n))} - 1}$$

Para el caso del dibujo, n = 7, sera

= 3, 46 41 01 6 -- × 1, 08 57 68 8 -- = 3, 76 12 13 4 ---



White at 11

le 19 x3 = 19 5. 76 18 13 4 = 0,57 53 58 0

Angulo rectilines "x" del diedro formado por una cara regular de "n" lados, con el plano diametral del arquime diano que para por una acista de ameda.

Le ôbtieur, en funcion de su tangente, par la formule

$$\frac{\log \alpha_n}{\sqrt{4 (d_n)^2 - \ell^2}} = \frac{2 C_n}{\sqrt{4 (\frac{\ell_n}{2 \operatorname{sen}(\pi:n)})^2 - \ell_n^2}} = \frac{2 C_n}{\sqrt{\frac{1}{\operatorname{sen}^2(\pi:n)} - 1} \times \ell_n}$$

$$=2\sqrt{\frac{3-2 \operatorname{cs}(\pi:n)}{8(1-\operatorname{cos}(\pi:n))}}-\left(\frac{1}{2\operatorname{sen}(\pi:n)}\right)^{2}\times \ell_{n}^{2}\sqrt{\frac{1-\operatorname{sen}^{2}(\pi:n)}{-\operatorname{sen}^{2}(\pi:n)}}\times \ell_{n}^{2}=$$

$$=2\sqrt{\frac{3-2\cos(\pi:n)}{8(1-\cos(\pi:n))}-\left(\frac{1}{2\sin(\pi:n)}\right)^2}\cdot\sqrt{\frac{\cos^2(\pi:n)}{\sec^2(\pi:n)}}=$$

$$=2\sqrt{\frac{3-2 \cos (\pi : n)}{8 (1-\cos (\pi : n))}}-\left(\frac{1}{2 \sin (\pi : n)}\right)^{2}; \qquad \frac{1}{\sqrt{\pi : n}}=$$

$$= 2 + (\pi:n) \sqrt{\frac{3-2 \cos (\pi:n)}{8 (1-\cos (\pi:n))} - (\frac{1}{2 \sin (\pi:n)})^2}$$

Pro el cusa este delenso nº 7. rena

$$t_{q} \propto_{q} = 2 t_{q} (\pi:7) \times \sqrt{\frac{3-2 \cos(\pi:7)}{8(1-\cos(\pi:7))} - \left(\frac{1}{2 \sin(\pi:7)}\right)^{2}} =$$

UNE A 4-210 x 29

14 - 17 - 7



= 2 to (25° 41' 51,4") x 0,42 92 37 6...

Calculo logaritmico

×4 = 220 26' 46,0"

Angelo recitives "93-n" del diedro formado por mua

Aplicando la formula general [4] (ver lan. 33)

$$\varphi_{3-n} = \alpha_3 + \alpha_n$$

Para el caso del dibujo, n = 7, sera

$$\varphi_{3-7} = \alpha_3 + \alpha_7 = 75^{\circ} 6' 40.0" + 22^{\circ} 26' 46.0" = 97^{\circ} 33' 26.0"$$

Angulo rectiline o 93.3 del diedro formado por do caras

Aplicando la formula general [4] (ver lan, 33)



Para el caso del dibup, aerà: (n=7)

Area lateral "5" del arquimediano

Le compone de la suma de "2n" caras trianquelares y de (para matquis valer maturai de 1,>2) viempre 2 caras rugulares de "n" la dos.

ba apoterna de una cara triangulai es de $\frac{\sqrt{3}}{6}l_n$; el area de una cara sera pues $\frac{3l}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{6}l_n = \frac{\sqrt{3}}{4}(l_n)^2$.

La apotema de una cara regular de "n" lados, la hemos obterido en [2] (ver hoja n°4), y es

$$k_n = \frac{\ell_n}{2 \, \frac{\Gamma}{5} \, (\pi; n)}$$

El area total será pues:

$$S = 2n \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\ell_n \right)^2 + 2 \left(\frac{n \times \ell_n}{2} \times \frac{\ell_n}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot n}} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} n \left(\ell_n \right)^2 +$$

$$+\frac{1}{2 \frac{1}{5} (\pi : n)} n \left(\ell_n\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{ctg(\pi : n)}{2}\right) n \left(\ell_n\right)^2 = \frac{\sqrt{3} + ctg(\pi : n)}{2} n \left(\ell_n\right)^2$$

Volumen "V" del arguinediano

Le compone de la suma de "2n" piramides re-



qu'ares de base trianquelar g altura "C3", y de 3 per traindes de base regular de "n" lado g altura "C,". Lu valor rerà pues:

$$V = 3n \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{1}{4} \right) \right) \times \frac{C_3}{3} + 2 \left(\frac{n \ell_n}{2} \times \frac{\ell_n}{2 t_2 (\pi; n)} \right) \times \frac{C_n}{3} =$$

$$= \frac{n\sqrt{3}}{6} (\ell_n)^2 \times \sqrt{\frac{3-9}{8(4-\cos{(\pi:n)})} - \frac{1}{3}} \times \ell_n + \frac{n(\ell_n)^2}{6\frac{1}{7}(\pi:n)} \times$$

$$\star \sqrt{\frac{3-2\cos\left(\pi:n\right)}{8\left(1-\cos\left(\pi:n\right)\right)}-\left(\frac{1}{2\,\operatorname{new}\left(\pi:n\right)}\right)^{2}} \times \ln =$$

$$= \left(\frac{1}{6} \times \sqrt{\frac{9-6}{8(1-\cos(\pi:n))}} - 1\right) + \frac{ctg(\pi:n)}{6} \times \sqrt{\frac{3-2\cos(\pi:n)}{8(1-\cos(\pi:n))}} - \left(\frac{1}{2\sin(\pi:n)}\right)^{2} n \left(\frac{1}{n}\right)^{3}$$

FIGURA CORPÓREA

Le obtiene por acoplamients de "2" trianquelos equilateros
de lado "l", y de 2 caras regulares de "n" lados de
ignal magnitud "l". Il arophamento de lera hacerse
de forma que en cada vertice concurran 3 trianquelos
y un poligano regular de "n" lados.



En el cuadro simoptico que dansos a continuación, re

CUADRO SINÓPTICO

Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximado
a	$\sqrt{\frac{3-2\cos(\pi:n)}{8\times(1-\cos(\pi:n))}}\times\ell_n$	Variable con n > 3
Ь	$\sqrt{\frac{1}{8(1-\cos(\pi:n))}} \times \ell_n$	Variable con n >3
C ₃	$\sqrt{\frac{3-2\cos(\pi:n)}{8\times(1-\cos(\pi:n))}-\frac{1}{3}}\times \ell_n$	Variable con n > 3
C_n	$\sqrt{\frac{3-2\cos\left(\pi:n\right)}{8\cdot\left(1-\cos\left(\pi:n\right)\right)}-\left(\frac{1}{2\sin\left(\pi:n\right)}\right)^{2}},\ell_{n}$	Variable con n >3
d_3	$\frac{\sqrt{3}}{3}$ ℓ_n	0, 57 73 50 ln
d_n	$\frac{1}{2 \operatorname{sen}(\pi; n)} \cdot \ell_n$	Variable con n>3
m	$\sqrt{\frac{1}{3-2}} \times \ell_n$	Variable con n > 3
2/3	$tg \propto_3 = 2 \times \sqrt{\frac{9 - 6 \cos(\pi : n)}{8 \cdot (1 - \cos(\pi : n))} - 1}$	Variable con n>3
do	$tg \propto_n = 2 tg(\pi:n) \sqrt{\frac{3-2\cos(\pi:n)}{8\pi(1-\cos(\pi:n))} - \left(\frac{1}{2\sin(\pi:n)}\right)^2}$	Variable con n > 3
Ψ _{3-n}	y _{3-n} = 4 ₃ + ∞ _n	Variable con n>3
43-3	4 ₃₋₃ = 2 ≈ ₃	Variable con n>3
5	$\frac{\sqrt{3} + ctg(\pi:n)}{2} \times n(l_n)^2$	Variable con n >3
V	$V = \left[\frac{1}{6} \times \sqrt{\frac{9-6\cos(\pi:n)}{8(1-\cos(\pi:n))}} - 1\right] + \frac{ctg(\pi:n)}{6} \times \sqrt{\frac{3-2\cos(\pi:n)}{8(1-\cos(\pi:n))}} - \left[\frac{1}{6} \times \sqrt{\frac{3-2\cos(\pi:n)}{8(1-\cos(\pi:n))}} - \frac{1}{6}\right]$	$\frac{1}{2 \operatorname{sen}(\pi:n)}^{2} \right] \times n \left(\ell_{h} \right)^{3} \frac{\operatorname{Variab}}{n > 3}$



PROCESO GRÁFICO-ANALÍTICO

Des pues del calculo de las magnitudes principales, vamos a proceder en la larmina 46, a la representación gráfica de un Arquimediano de la ferie A_n , en el caso particular de ser n = 7.

Para su trazado mos valdremos de las cotas calculadas por las formulas anteriores, determinadas preciamente para el reso particular que mos ocupa. Dichas magnitudes las obtendremos en función del lado "ly" del arquimediano, enya longitud es de 44,725 mm.

El calculs de dichas magnitudes se efectue a continuación:

ly = Dato del ejercicio = 46,7 mm

a = 1.22 97 28 0 ... × 44, 725 = 55,0 m m

b = 1, 12 34 70 0 ... x 64, 725 = 50, 2 mm

C = 1.08 57 68 8 × 44,725 = 48,6 mm

 $C_{\gamma} = 0,42$ 12 37 6 × 44,725 = 19.2 mm

d3 = 0, 57 73 50 3 ... × 44,725 = 25,8 mm

dy = 1, 15 23 82 8 ... × 44, 725 = 51, 5 m m

del argumediano Ay (que general An) de forma que un caras requetares de " lados (siempre son da), cean paralelas a II, y uno de sur lados perpendientes a I; de esta forma de la II la verdadora amplitud

JNE A 4-210 x 297



del diedro que forma esa cara, con la triangular contiqua onya avista comin es dido rado de Pri experientes

En estas condiciones, la proyección de la cara superior Py será un polígono requiar de 7 lados y radio "dy", con mo de sus lados perpendientes a I y el de la otra caca inferior Py, otro polígono ignal, concentrico con el auterior y girado con respecto a este un cirquito "T: 14" (en
queral "T: 2n"); el contorne a presente de esta proyección
sotro I será un polígono acontar a 14 cara (en genenal de "In" lados) inscrito en la misma circumperancia
de vadio "dy" conocido.

Terriendo presente lo expuesto anteriormente, el orden de ope-

1º lituar el centro O de coordenadas 0 (72, 72, 85) n.m.

2º Dibujar en I, II y III les proyecciones de la esfera circumscrita de 55,0 mm de radio

Jetuje es progresses II de se commenciano, trazando con centro of J radio "dy" una circumferencia que se dissidirá en 14 partes ignales (en general "2") tomando como origen de división el radio 01, para lelo a + X. Intuis de efectuada "a desimina amir estas en la forma que se indica en la lámina con lo que obtendamento la progresción buscada (comportas



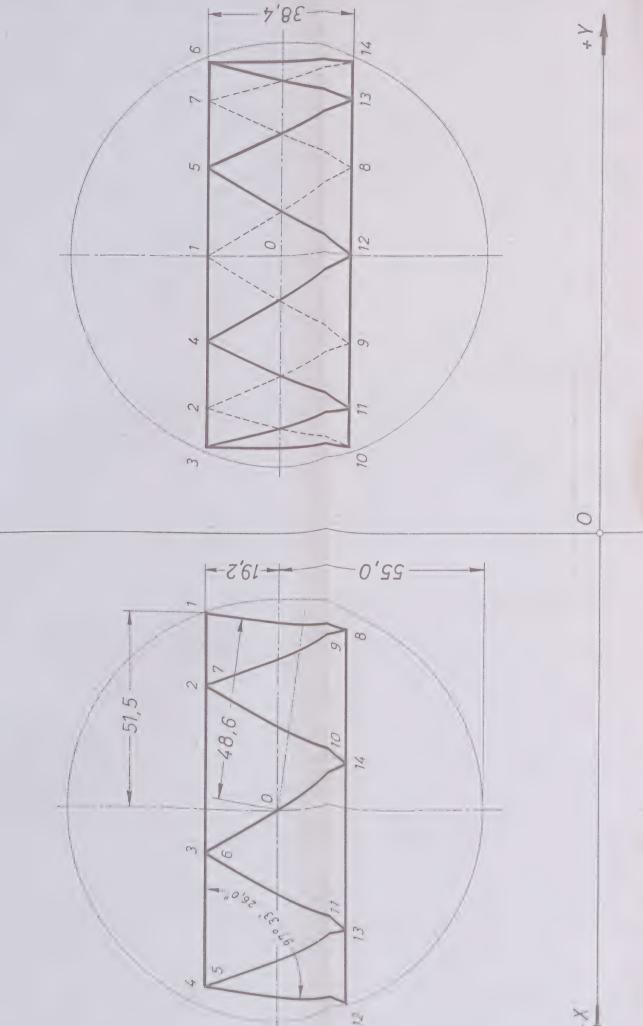
Hoja nº 17

las bregitudes the "ly" y "b")

L' Conocida la projección sobre II del arquimediano, y basandose en ella, puede obtenerse seguidamente las proyecciones I y III, bastando para ello travar dos paralelas
al eje + x, equidistantes de 0, y 0, y con la reparación "Cy". I bre la superior, estarán situados los vertices
1 al 7, y sobre la inferior los 8 al 14; las projecciones
de declas, verticas habrais de corresponsare con las ma
obtenidas an el plano II (computar la tempetad de "3"
y la amplitud de "V.").



Z+



ARQUIMEDIANOS Serie A.

C_s = 2n C_n = 2 V = 2n A = 4n 3P₃ + 1P_n Número de caras regulares de "n" lados_ caras de un ángulo sólido... caras triangulares_ Número de vértices. Número de caras c Número

20'5

ENUNCIADO

0

0

Arquimediano de la Serie An, en el que mayor que 3. La longitud del lado, pa-"n" lados, todos de igual longitud, siendo "n" un número natural n = 7, es de 44,7 mm, y las coordeanalítico, en los planos I, II y III, un Representar por el método gráficogulos equiláteros y un polígono reguen cada vértice concurren tres triánescala nadas de su centro son: 0 (72, 72, 85), Dibujar en formato A3v y a lar de

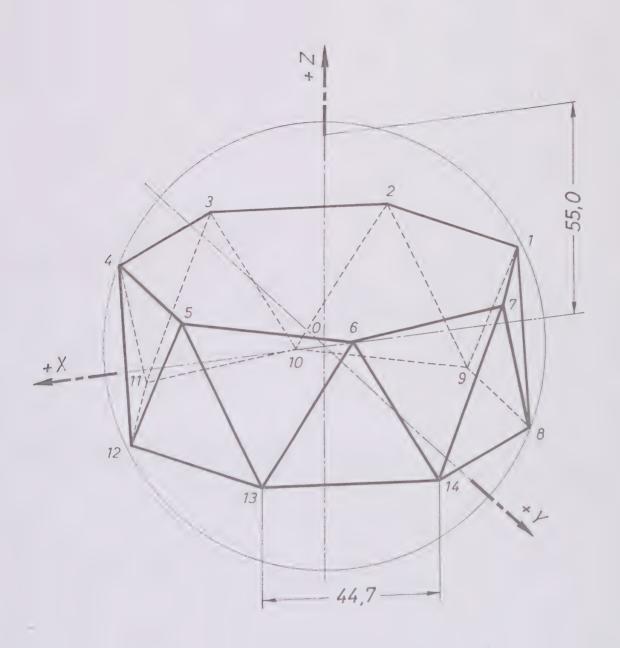
100	Propuesta	Propuesta De entrega Entregada Califi-	Entregada	Califi-		Escuela	
recna:				CACIOII	(firma)		
Alumno:						curso	
Escala							
1:1		Ar	quime	diar	sos S	Arquimedianos Serie A.	Lám
							70000

1+

mina 46 - 19

0 19





n = 7



ENUNCIADO

Representar, por el método gráfico-amalítico, en los planos I, II g III, un Arquimediano de la Terie Bn, en el que en cada vértice concurren 2 madrados y un poligono regular de "n" tados, todos de igual lado, siendo "n" matural of mayor que 2, excepto n = 4.

ba longitud del lado, para n = 9, es de 35.6 mm, y las coordenadas de su cento 0, sou: 0 (72, 72, 85) mm.

Dilenjar en formato A3V g a escala 1:1

DATOS: 0 (72, 72, 85) mm la = 35,6 mm.



CONSIDERACIONES PREVIAS

directaires q formulas generales planteades en el "Arquimediano I", lanina 33.

facilitere infinito arquimedianos de esta Serie Bn. ya que el commero de lados del poliques cuquelar Pn. puede ser un commero natural mayor que 2, excepto n=4. El estudio que realisamos à continuación considera este poliques en general, para malquier valor de "n", así como la longitud de su lado correspondente que designaremento a en ver, en forma general "l".

Determinaremento las signientes magnitudes:

- la = Asista del Arquimediano Serie Ba Canto del ejercicio.
- a = Radio de la esfera circumscria.
- b. Radio de la esfera taugente a las aristas.
- C4 = Radio de la esfera touquete a las caras cuadradas
- gono regular de "n" lados que en todo los casos son tan silo dos Pn.
- d₄ = Radio de la circumferencia circumscrita a una



- dn = Radio de la circumferencia circumscrita a una cara πegular de "n" lados.
- m = Radio de la circumferencia circumscrita al poligomo obternido al unir los extremos de las ariotas de un angulo solido.
- « Angulo rectilines del diedro formado por una cava cuadrada, con el plano diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquilla.
- « Angulo rectiline o del diedro formado por una cara regular de "n" tados, con el plano diametral del arquimediano que pasa por una arista de aquilla.
- 94-n = Angulo rectilines del diedro formado por una caca madrada y stra regular de "n" lados.
- 4.4 " Angulo acctilines del diedis firmado por dos en-
 - S = Luperficie
 - V Volumen

Antes de proceder as catento de las magnitudes autecuores, thervenus que todos los arquimedianes de esta serie Bn, som prosmas acetos regulares de bases Pn of caras laterales anadrases. Rajo este encopie, los este cutos anteriores permutem uma autable simplificación. Me distante, los assacrolaremos em muso el proceso



18 ge 4 3

general estableciós en el estudio del asquimetrano I.

PROCESO GRÁFICO- ANALÍTICO

El estudio cealizado de este arquimediano, mor indica que se compone de "n" caras enadradas, 2 caras
cequelares de "n" lados; "2 n" vértices j "3 n" aristas.

tou cada vértices comentren 2 caras madradas j una requelar de "n" lados, todas de ignal lado.

Asi pues, tendremos que:

ARQUIMEDIANO "B," (2P, + 1P,); C4 = n; Cn = 2; V= 2n; A= 3n

Cálculo de sus magnitudes

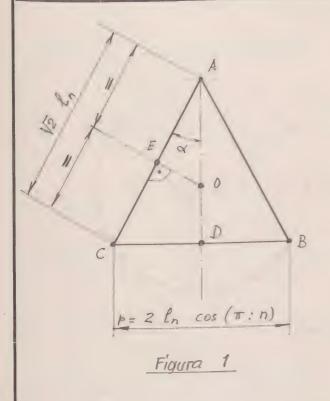
Asista "l" del arquimediano

Dato del ejercicio

Padio "m" de la circumprencia circumsorità de prigano obtenido al una los estremos de les tres anstas de un angulo sólido.

the policiens as un françois iniscoles ABC (519. 1)





cuya base BC es la diagonal p'

del poliques regular C_n que

me los esctremos de dos lados

consecutivos (n > 2, excepto n=4).

El valor de CB ha sido ob
terrido en la lam. 46, h 4, fig.

2, j es CE=p=2 ln cos (T:n).

Los otros des lados igua
les AC j AB son diagona
les de las caras cuadradas

que concurren en el ainquelo sólido; su magnitud será pues $\overline{AC} = \overline{AB} = \sqrt{2} \ell_B$ De la figura se deduce:

 $\overline{AD} = \sqrt{A\overline{C}^2 - \overline{CD}^2} = \sqrt{(\sqrt{2} \ell_n)^2 - (\frac{1}{2} 2 \cos(\pi : n) \ell_n)^2} =$

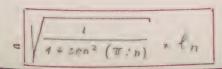
 $= \sqrt{2 - \omega^2 (\pi : n)} \times \ell_n = \sqrt{1 + (1 - \omega^2 (\pi : n))} \ell_n = \sqrt{1 + sen^2 (\pi : n)} \ell_n$

por lo que serà:

 $\cos \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{1 + sen^2 (\pi : n)} \times \ell_n}{\sqrt{2} \ell_n} = \sqrt{\frac{1 + sen^2 (\pi : n)}{2}}$

y en conscenencia:

 $\Delta O = \boxed{m} = \frac{\overline{AE}}{\omega n} = \frac{\sqrt{2}}{2} \ell_n : \sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen}^2(\pi : n)}{2}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1 + \operatorname{sen}^2(\pi : n)}{2}},$





this of 5

Para el caso del dibrejo, n = 9, serà:

$$\frac{\pi}{9} = \frac{180^{\circ}}{9} = 20^{\circ}$$
 & seu $20^{\circ} = \overline{1}$, 53 40 517

Antilog 7, 97 59 77 7 = 0, 94 61 88 5

m = 0,94 61 88 5 -.. ×

Radio "a" de la esfera circumscrita

Splicando la formula general [1] (ver lam. 33)

$$a = \frac{\ell_n^2}{2\sqrt{\ell_n^2 - m^2}} = \frac{\ell_n^2}{2\sqrt{\ell_n^2 - (\sqrt{\frac{1}{1 + son^2}(\pi : n)} \times \ell_n)^2}} = \frac{\ell_n^2}{2\sqrt{\ell_n^2 - (\sqrt{\frac{1}{1 + son^2}(\pi : n)} \times \ell_n)^2}}$$

$$2\sqrt{1-\frac{1}{4+sen^{2}(\pi:n)}} \times \ell_{n} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{sen^{2}(\pi:n)}{1+sen^{2}(\pi:n)}}} \times \ell_{n} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1+sen^{2}(\pi:n)}{1+sen^{2}(\pi:n)}}} \times \ell_{n}$$



Para el caso del diberjo, n = 9 reca: (ver calculo "m" hoja anterior) $\frac{\pi}{n} = \frac{180^{\circ}}{9} = 20^{\circ}$

1 + sen² 20° = 1, 11 69 77 8; sen² 20° = 0, 11 69 77 8.

 $a_{9} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}{0.1169778}}$ $a_{1} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}{0.1169778}}$ $a_{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}{0.1169778}}$ $a_{3} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}{0.1169778}}$ $a_{4} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}{0.1169778}}$ $a_{5} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}{0.1169778}}$ $a_{7} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}}$ $a_{7} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}{0.116978}}$ $a_{7} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}{0.116978}}$ $a_{7} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}}$ $a_{7} = \frac{1.1169778}$ $a_{7} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.1169778}}$ $a_{7} = \frac{1}{2} \sqrt{$

- lg 2 = - 0. 30 10 30 0

a = antiloz 0. 18 89 40 6 × lg = 1.54 50 43 1...× lq

a = 55.0 mm. $l_q = \frac{55}{1.5450437} = \frac{35.6}{1.5450437} = \frac{35.6}{1.5450437}$

Radio "5" de la esfera tangente a las arestas

Aplicando la formula general [3] (ver lann. 33)

 $= \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1 + \operatorname{sen}^{2}(\pi : n)}{\operatorname{sen}^{2}(\pi : n)} - 1 \right)} \times \ell_{n} = \sqrt{\frac{1}{4 \operatorname{sen}^{2}(\pi : n)}} \times \ell_{n} = \ell_{n}$

Vara el caso del dibujo 1: 1. rera: # 180° = 20°

lg 1. = 0,00 00 00 0

 $l_{9} 2 = 0.30 10 30 0$ $l_{9} sen 20^{\circ} = -\frac{7}{5}.53 40 51 7 + = 7.83 50 81 7 -$

by = antilog 0, 16 49 18 3 x ln = 1,46 19 02 0 x ln

= 52,0 mm = b



Moja no "

Radio "de" de la curentencia circumente a una cara evadrada de lado "l"

Le dennestra en Geometria, es:

$$d_{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \ell_{n} = 0,70 7 06 78...\ell_{n}$$

Para el caso del dibujo, n = 9, es $l_9 = 35,6 \text{ mm}$, j $d_4 = 0,70.7/06.78... \times 35,6 = 25,2 \text{ mm}$

Radio " do " de la cercunferencia circumsonta a una cara regular de "n" lados.

En la lam. 46, 48, heurs determinades su valor, que es

$$d_{n} = \frac{1}{2 \operatorname{sen}(\pi : n)} * \ell_{n} = b$$

La propietad dn = b. ne detuce tambien de la signere de la lamina 47.

Para el caso del dibujo, n=9, $l_q=35,6$ mm, rera $d_q=b=52,0$ mm.

Ardio "C" de la esfera tampente a las caras enadra-

Aplicando la foramula general [2] (ver lan. 33)



Hije we "

$$C_{4} = \sqrt{a^{2} - (d_{4})^{2}} = \sqrt{\frac{1}{4} * \frac{1 + sen^{2} (\pi : n)}{sen^{2} (\pi : n)}} * (\ell_{n})^{2} - \frac{1}{2} (\ell_{n})^{2} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1 + sen^{2} (\pi : n)}{sen^{2} (\pi : n)} - 2 \right) \times \ell_{n}} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1 - sen^{2} (\pi : n)}{sen^{2} (\pi : n)} \times \ell_{n} \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}} \times \frac{\cos^{2}(\pi : n)}{\sin^{2}(\pi : n)} \times \ell_{n} = \sqrt{\frac{1}{4 + \frac{1}{2}(\pi : n)}} \times \ell_{n} = \frac{1}{2 + \frac{1}{2}(\pi : n)} \ell_{n}$$

Fara el caso del dibujo,
$$n = 9$$
; $\frac{1}{5}(180^{\circ}:9) = \frac{1}{5}(20^{\circ}; l_{q} = 35.6)$

$$\frac{c_{q}}{2 + \frac{1}{5}(20^{\circ})} \times l_{q} = \frac{1}{5}(180^{\circ}:9) = \frac{1}{5$$

$$l_{1}$$
 l_{2} l_{2} l_{3} l_{4} l_{5} l_{5} l_{6} l_{7} l_{7

Padio "C" de la enfera tangente a las mos reque-

Splicando la formula general [2] (ver lam. 33)

$$C_n = \sqrt{a^2 - (d_n)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{1 + sen^2(\pi : n)}{sen^2(\pi : n)} \cdot (\ell_n)^2} - \frac{1}{4 sen^2(\pi : n)} \times (\ell_n)^2$$

$$=\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1+\operatorname{sen}^{2}\left(\pi:n\right)}{\operatorname{sen}^{2}\left(\pi:n\right)}-\frac{1}{\operatorname{sen}^{2}\left(\pi:n\right)}\right)}\times \ell_{n}=\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\operatorname{sen}^{2}\left(\pi:n\right)}{\operatorname{sen}^{2}\left(\pi:n\right)}\right)}\cdot \ell_{n}=$$



= 1 ln valor que no deduce de estamente de la fi. gura de la laminea.

del dilenje, n=9, lq = 35.6 mm, será: Fara el caso Cn = 1/2 , 35,6 = 17,8 mm.

Augulo rectilines "x" del diedro firmas por una cara madrada, con el plano diametral del arquimedir. no que para por una arista de aquilla.

Le ôtiene, en funcion de su tangente, por la foranula general [5] (ver lan. 33).

$$\boxed{tg \, \alpha_4} = \frac{2 \, C_4}{\sqrt{4 \, (d_4)^2 - (\ell_n)^2}} = 2 \times \frac{1}{2 \, t_7 \, (\pi:n)} \times \ell_n : \sqrt{4 \times \frac{1}{2} \times (\ell_n)^2 - (\ell_n)^2} =$$

$$=\frac{\ell_n}{\frac{t}{5}(\pi;n)}:\ell_n=\frac{1}{\frac{t}{5}(\pi;n)}=\cot(\pi;n)$$

Este resultado sur de etternerse directormente de la seguira de la lámina.

Luquelo cectilenco "x" del dieno formado por una cana regular de "n" ladir, con el plans diametral del anprimedeano que pasa por una arista de aquielle.

le rétiene, en funcion de su tougente, par le fizamela general [5] (ver lam. 33).



$$\frac{1}{\sqrt{4} (d_n)^2 - (\ell_n)^2} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \ell_n}{\sqrt{4 \times \frac{1}{4 \sec^2(\pi;n)} \times (\ell_n)^2 - (\ell_n)^2}} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \ell_n}{\sqrt{4 \times \frac{1}{4 \sec^2(\pi;n)} \times (\ell_n)^2 - (\ell_n)^2}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\operatorname{sen}^{2}(\pi:n)}-1}}=\sqrt{\frac{1-\operatorname{sen}^{2}(\pi:n)}{\operatorname{sen}^{2}(\pi:n)}}=\sqrt{\frac{\operatorname{sen}^{2}(\pi:n)}{\operatorname{co}^{2}(\pi:n)}}=\sqrt{\frac{\pi:n!}{\operatorname{sen}^{2}(\pi:n)}}$$

Este resultado puede obtenerse directarmente de la figuera

La cuadrada y otra regular de "n" lados

Aplicando la formula general [4) (lam. 33)

$$V_{4-n} = X_4 + X_n$$
 de doude

$$\frac{t_3\left(\psi_{4-n}\right)}{t_3\left(\psi_{4-n}\right)} = \frac{t_3\left(\chi_4 + \chi_n\right)}{1 - t_3\left(\chi_4 + t_3\chi_n\right)} = \frac{ct_3\left(\pi;n\right) + t_3\left(\pi;n\right)}{1 - ct_3\left(\pi;n\right)}$$

=
$$\frac{ctg(\pi:n) + ts(\pi:n)}{1-1} = \infty$$
 para analysier valor present de'n

Esta proportate se deduce directamente de la figuera de la lamina (estes arquinedianes son prismas rectos cogulares de bases Po y caras laterales enadracions).



Feyn 4 11

Angul actilines "444" del disas formado por do

caras enadradas

Aplicando la formula general [4] (lam. 33)

de our de

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{2 + \frac{1}{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cot \left(\pi : n \right)}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\pi : n \right) = \frac{1}{\cot \left(\pi : n \right)} - \cot \left(\pi : n \right)$$

$$= \frac{2}{t_{\overline{g}}(\pi:n) - \frac{1}{5(\pi:n)}} = \frac{2}{t_{\overline{g}}(\pi:n)} = \frac{2}{t_{\overline{g}}(\pi:n)} = \frac{2}{-(1-t_{\overline{g}}^{2}(\pi:n))} = \frac{2}{t_{\overline{g}}(\pi:n)}$$

$$= -\frac{2 t_2 (\pi : n)}{1 - t_3^2 (\pi : n)} = -t_3 (2 \times (\pi : n)) = -t_3 (2 \pi : n)$$

¿ de esta viltima

$$\boxed{\begin{array}{c} Y_{4-4} \\ \end{array}} = \pi - \frac{2\pi}{n} = \frac{\pi n - 2\pi}{n} = \pi \times \frac{n-2}{n}$$

ligura de la lamiena

Para el caso del dibujo, n = 9, rere

Area lateral "5" del arquimediano

Le compone de la suma de "n" caras cuadrades de



lado "l" y 2 caras regulares de "n" lados y de igneste magnitud "l".

ba apotema de una cara aegular de "n" lado, en funcien de su lado "la", (ver formula 52], lam 46, hoja 4), es

$$k_n = \frac{1}{2 \, \xi_n (\pi : n)} \, \ell_n$$

El area total sera pues:

$$\boxed{5} = n \left(\ell_n \right)^2 + \frac{n \ell_n}{2} \times \frac{1}{2 \frac{1}{2} \left(\pi : n \right)} \cdot \ell_n = \left(n + \frac{n}{4 \frac{1}{2} \left(\pi : n \right)} \right) \left(\ell_n \right)^2 =$$

$$= \left(1 + \frac{1}{4 + \left(\pi : n\right)}\right) \cdot n \cdot \left(\ell_{h}\right)^{2} = \left(1 + \frac{1}{4} \cdot ctg\left(\pi : n\right)\right) \cdot n \cdot \left(\ell_{h}\right)^{2}$$

Volumen "V" del arquimediano

fe compone de la cuma de "n" piràmides regulares de base cuadrada j altura "C4"; j de 2 piràmides de base aegular de "n" lados j altura "Cn". - Lu valor rerà pues:

$$V = n (\ell_n)^2 \times \frac{1}{2 \frac{\pi}{2} (\pi : n)} \times \frac{\ell_n}{3} + 2 \times \frac{n \ell_n}{2} \times \frac{1}{2 \frac{\pi}{2} (\pi : n)} \times \ell_n \times \frac{\ell_n}{2 \times 3} =$$

$$= \left(\frac{1}{6 \frac{\pi}{5} (\pi : n)} + \frac{1}{12 \frac{\pi}{5} (\pi : n)}\right) n (\ell_n)^3 = \frac{1}{4 \frac{\pi}{5} (\pi : n)} n (\ell_n)$$

=
$$\left[\frac{1}{4} \cot g \left(\pi:n\right) n \left(\ell_n\right)^3\right]$$



FIGURA CORPOREA

Le obtiene por acoptamients de "n" cuadrades de lado "la" j de 2 caras regulares de "n" lados, de ignal magnitud "la". El acoptamiento delena haceres de forma que ou cada mities un curran 2 cuadrados y un poligono regular de "n" lados.

En el madro sinoptico que damos a continuación, se resumen los resultados analíticos obtenidos anteriormente.

CUADRO SINÓPTICO

Magnitud	Valor exacto	Valor decimal aproximado
Magnilla		
a	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+\operatorname{sen}^{2}(\pi:n)}{\operatorname{Sen}^{2}(\pi:n)}}\ln$	Variable con "n"
Ь	2 sen (7:n) ln	Variable con "n"
C4	1 2 tg (π:n) ln	Variable con "n"
Cn	1 ln	0,50 00 00 ln
d	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ ℓ_n	0, 70 71 07 ln
d_n	1 2 sen (π:n) ln	Variable con "n"
m	$\sqrt{\frac{1}{1 + Sen^2 (\pi:n)}} \ell_n$	Variable con "n"
×4	tg ≈4 = ctg (#:n)	Variable con "n"
×n	$t_g \propto_n = t_g (\pi:n)$	«n = arc tg (π:n) Variable con "n"
4-1	<u>\mathref{n'}{2}</u>	44-1 = 90°
44-4	$\pi \times \frac{n-2}{n}$	Variable con "n"
5	$[1+\frac{1}{4}ctg(\pi:n)]n(f_n)^2$	Variable cen "n"
V	$\frac{1}{4}$ ctg $(\pi:n)$ n $(\ell_n)^3$	Variable con "n"



PROCESO GRÁFICO - ANALITICO

Después del cálculo de las magnitudes principales, vamos a proceder en la lamina 47, a la representación gráfica de un Arquimediano de la Serie Br, en el caso particular de ser n=9.

Jara ou travado mos valdremes de las cotas calculados por las fórmulas anteciores, determinadas prenamente para n = 9. Dichas magnitudes las obtendremos en función lado "la" del arquimediano, cuya longitud es de 35,6 mm.

il cataulo de dichas magnifiedes se ejectua a continuación:

l_g = Dato del ejercicio = 35,6 mm

 $a = 1.5450431 \times 35.6 = 55.0 \text{ mm}$

b = 1, 16 19 02 0 × 35,6 = 52,0 mm

 $C_{\lambda} = 1.3737396 \times 35.6 = 18.9 mm$

C₉ = 0,5 × 35,6 = 17,8 mm

 $d_4 = 0.7071068 \times 35.6 = 25.2 mm$

 $d_9 = 1.4619030 \times 35.6 = 52.0 \text{ m m}$

Con ayuda de Mas what es facil obtence las pregnances del sarquimediano sobre I. II g III., ya que este tiene la forma ma de un prisma cecto regular, cuyas bases son de "n" lados, g altura "ln".

En la l'anima 47 hems situado el arquimediano, con sus bases paralelas a II y ou centro en 0. El poligono de la base se puda dibujar ficulmente, conscidos el radio de la circumstrita b = 52.0 mm y la lungatud de su lado la = 35.6 mm





Z+

6'87

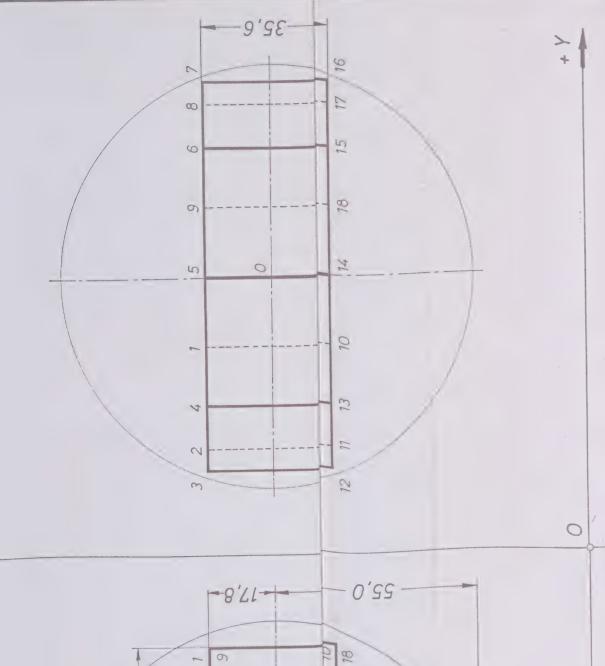
52,0

00

(0)

4,

0



ARQUIMEDIANOS Serie B.

12

 \times +

13	11	11	11	+
3	ڻ	>	V	2 P +
Número de caras cuadradas	Número de caras regulares de "n" lados	vértices	aristas	Nímero de caras de un ángulo sólido
de	de	de	de	9
Número	Número	Número de vértices	Número de aristas	Nimero

1 2 2 L

ENUNCIADO

0

19

007

16

1

35,6

de igual longitud, síendo"n" para n=9, B_n, en el que planos I, II y III, un en cada vértice concurren dos cuadrados y un polígono regular de "n" la-Representar por el método gráficoo mayor mm, y las coordenadas O (72, 72, 85) mm. que 4. La longitud del lado, un número natural igual a 3, de la Serie SON: analítico, en los Arquimediano es de 35,6 dos todos su centro

esca-Q A3 v y Dibujar en formato .. D

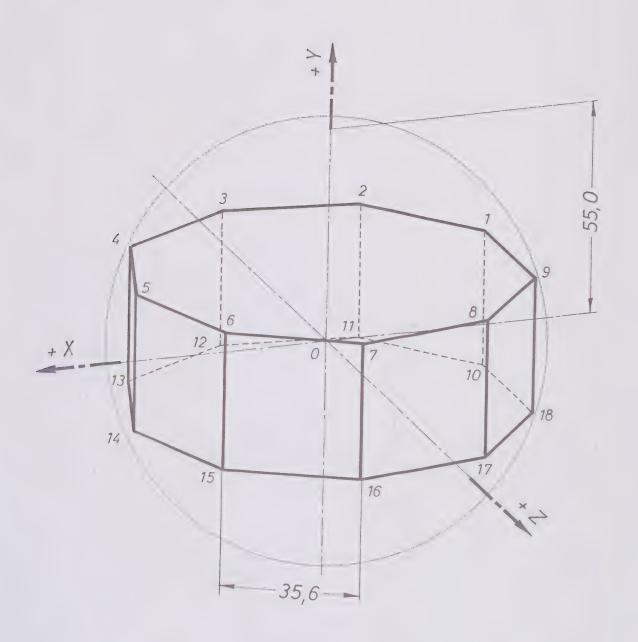
1+

	cación (firma) Curso			Arquimedianos serie D
Propuesta De entrega Entregada				Arguil
De ent				
Propuesta				
	Fecha:	Alumno:	Escala	1:1

47 - 19 Curso 19 Lámina

B,





n = 9

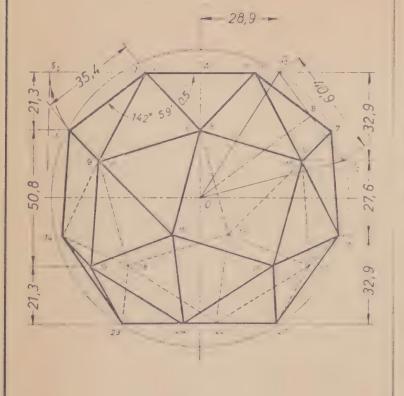


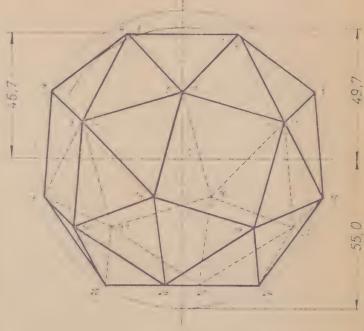
ALCOHOLD VANA

T I VIII









48,7 16° 28' 3.1" 53,2 40,9

ARQUIMEDIANO I

Número	de	caras triangulares		C ₃	=	32
Número	de	caras cuadradas		C	=	6
Número	de	vértices		٧	=	24
		aristas				60
Número	de	caras de un ángulo sólido:	4 C	, 4	- 1	C

ENUNCIADO

0

Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano I, en el que en cada_ vértice concurren cuatro triángulos equiláteros y un cuadrado.

La longitud de su lado es de 40,9 mm, y las coordenadas de su centro 0 son: 0 (72, 72, 85) mm.

Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

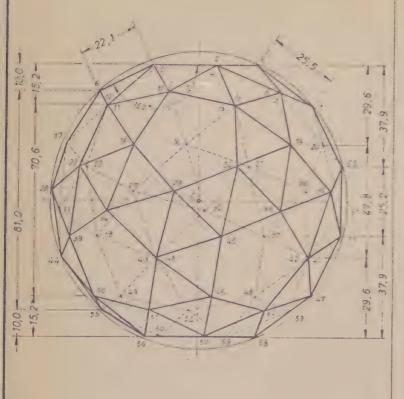
Curso '9

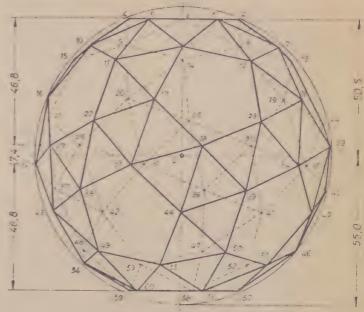
Fecha Alum	Propuesta De entrega Entregada	Califi-	(urma)	Escuela Curso	
Escali	Arq	uim	ediano	I	Lámina 33

II









ARQUIMEDIANO II

Número d	e caras	triangulares	C,	=	80
Número d	e caras	pentagonales	-		12
Número de	e vértice	S	٧	=	60
Número d	e arista:		A	=	150
Número d	e caras	de un ángulo sólido: 40	. +	1	C.

ENUNCIADO

0

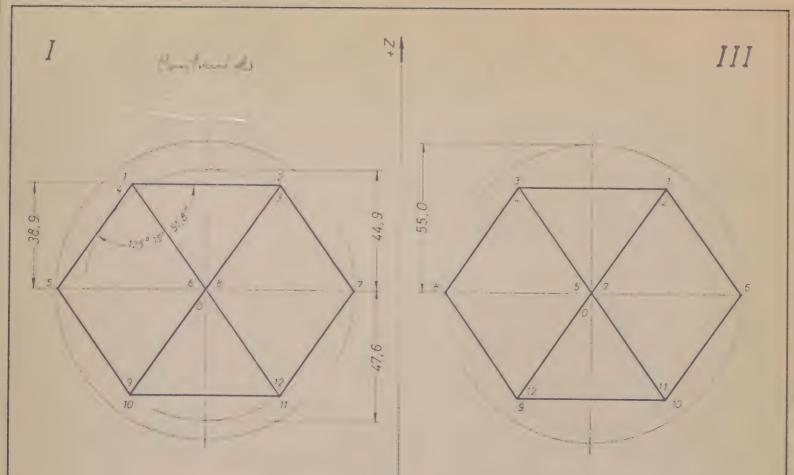
Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III el Arquimediano II, en el que en cada vértice concurren cuatro triángulos equiláteros y un pentágono regular.

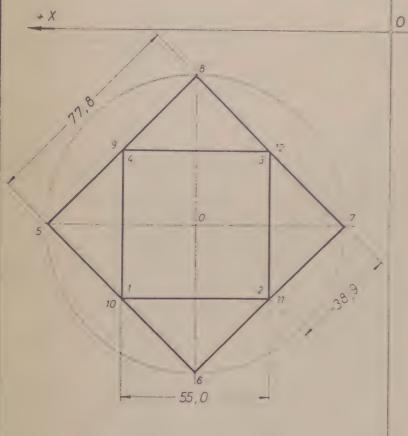
La longitud de su lado es de 25,5 milímetros y las coordenadas de su centro 0 son: 0 (72, 72, 85) mm.

Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

Fecha Alumno	Propuesta	De entrega	Entregada	Califi- cación	(tirms)	Escuela Curso	
1:1			Arqu	sime	diano	II	Lámina 34







ARQUIME DIANO III

Número	de	caras	triangularesC ₃	=	8
Número	de	caras	cuadradas	-	6
Número	de	vértic	esV	= 1	12
			5 A		-
Número	de	caras	de un ángulo sólido: 2C,	20	-,

ENUNCIADO

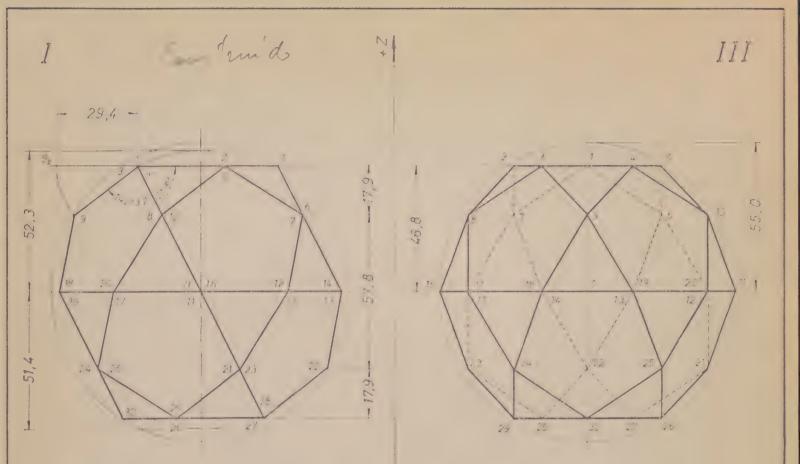
Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano III, en el que en cada vértice concurren dos triángulos equiláteros y dos cuadrados.

La longitud de su lado es de 55milimetros y las coordenadas de su centro O son: O (72, 72, 85) mm.

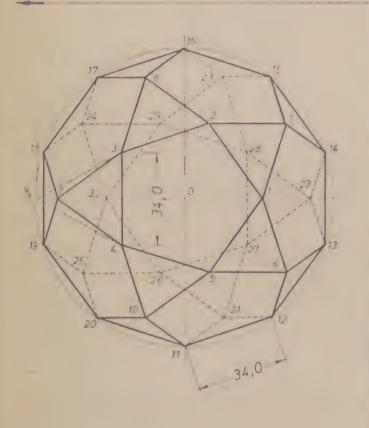
Dibujar en formato A3v y a escala 11.

Fe + ;	Propuesta De entrega Entregada	Califi- cacion	(firma)	Escuela Curso	
1:1	Arqu	ime	diano	III	Lámina 35





0



+ X

IJ

ARQUIMEDIANO IV

+Y

Número	de	caras triangulares	C ₃	=	20
Número	de	caras pentagonales	Cs	=	12
Número	de	vértices	٧	20	30
Número	de	aristas	Α	Ξ	60
Número	de	caras de un ángulo sólido:	2C,	. 2	C _s

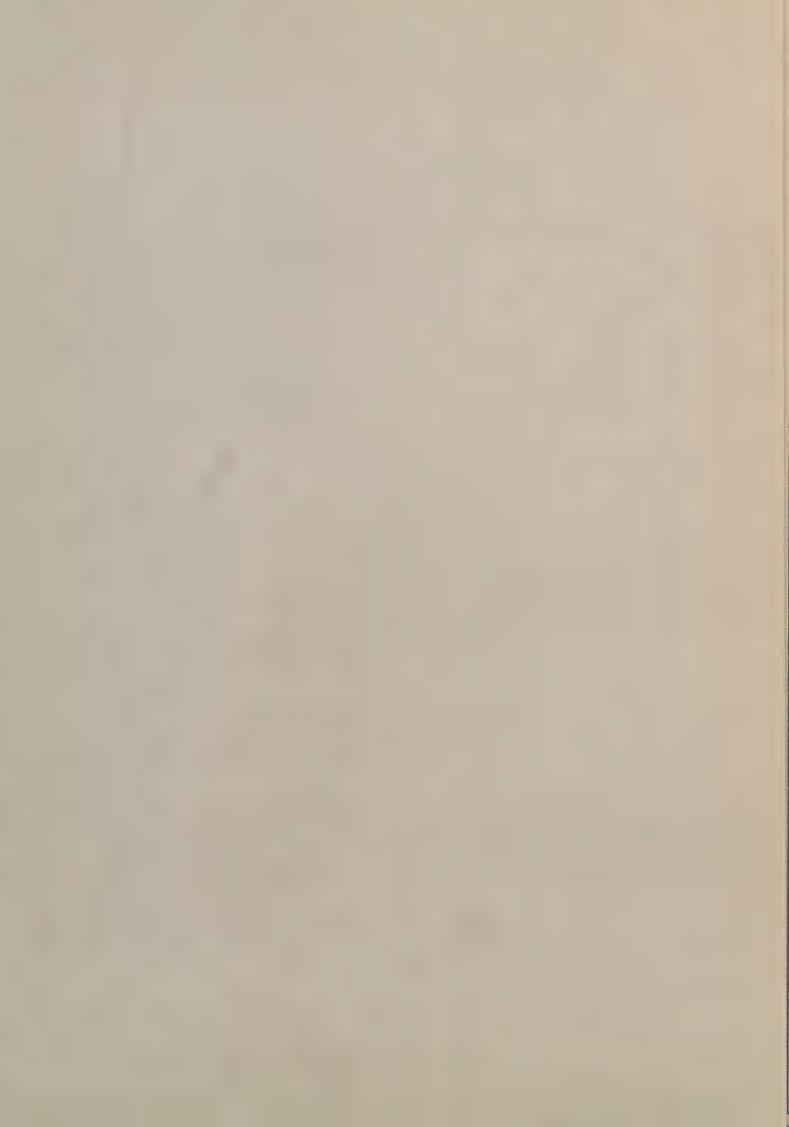
ENUNCIADO

Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano IV, en el que en cada vértice concurren dos triángulos equiláteros y dos pentágonos regulares.

La longitud de su lado es de 34 milímetros y las coordenadas de su centro O son: O (72, 72, 85) mm.

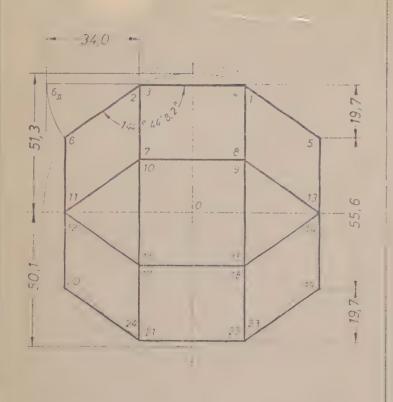
Dibujar en tormato A3v y a escala 1:1.

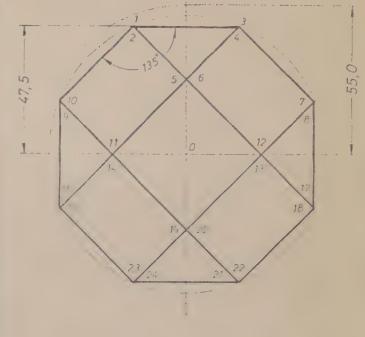
Fecha Alumno			7 ····.g.,	Escuela Curso	
Escala 1 · 1	Argu	umë	diano	IV	180 - 31





+Y





ARQUIMEDIANO V

Número	de	caras triangulares	C ₃	=	8
Número	de	caras cuadradas	C ₄	55	18
Número	de	vértices	V	=	24
Número	de	aristas	Α	Ξ	48
Número	de	caras de un ángulo sólido:	1 C ₃ +	3	C ₄

ENUNCIADO

0

Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arqumediano V, en el que en cada vértice concurren un triángulo equilátero y tres cuadrados.

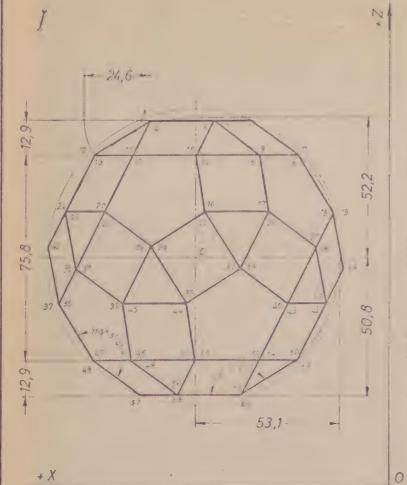
La longitud de su lado es de 39,3 milímetros y las coordenadas de su centro O son: O (72, 72, 85) mm.

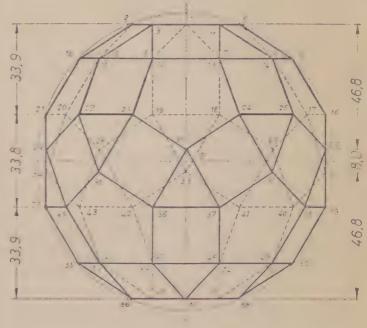
Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

Fecha Alumno	Fropuesta De entinga Entregada	Califi- cación	(tirma)	Escuela Curso	organism the plant leader and lead leading if the early conversed
Escala 1:1	. Arq	uime	ediano	V	Lámina 37









37

ARQUIMEDIANO VI

Número	de	caras triangulares	C ₃ = 20
Número	de	caras cuadradas	$C_4 = 30$
Número	de	caras pentagonales	$C_5 = 12$
Número	de	, 6° 10.65	V = 60
Número	de	aristas	A = 120
Número	de d	caras de un ángulo sólido:1P3	+ 2 P ₄ + 1 P ₅

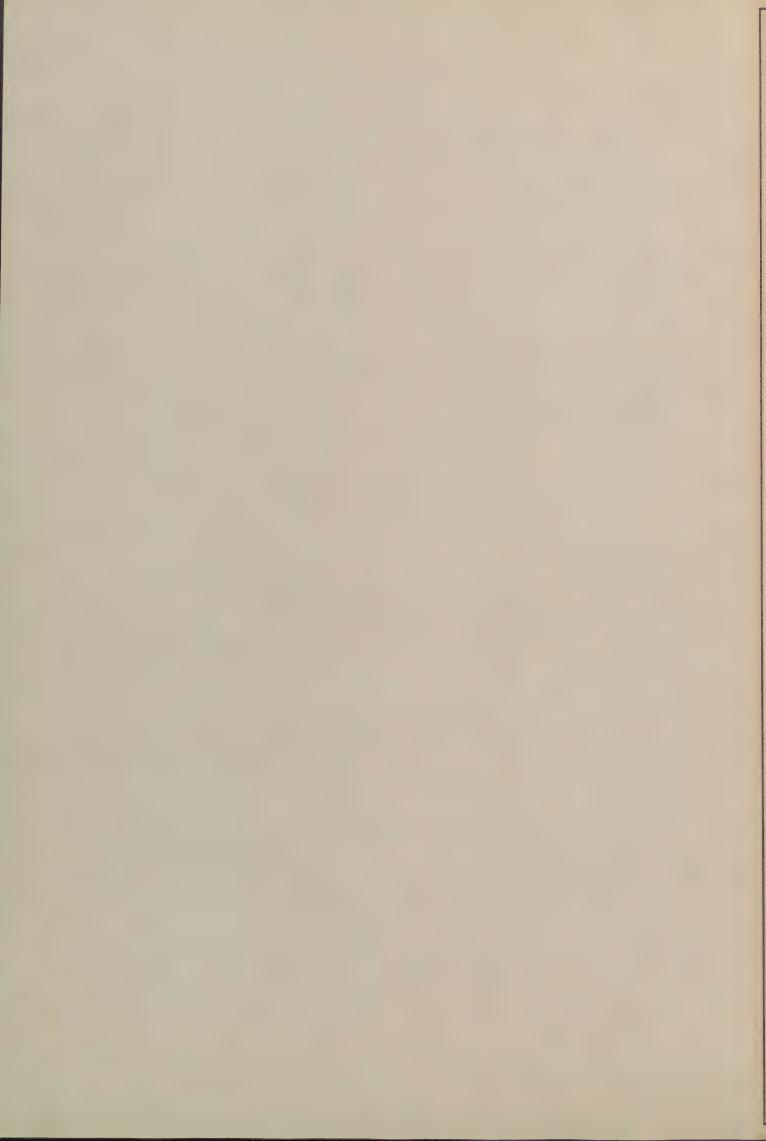
ENUNCIADO

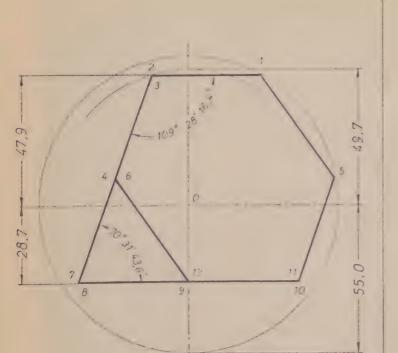
Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano VI, en el que en cada vértice concurren un triángulo equilátero, dos cuadrados y un pentágono.

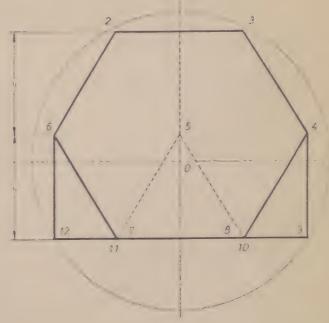
La longitud de su lado es de 24,6 milímetros, y las coordenadas de su centro 0, son: O (72, 72, 85) mm.

Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

Fecha Alumno	Propuesta	De entrega	Entregada	cacion	(firma)	Escuela Curso
Escala			1-0	· i co	diana	1/7







6 97 7 7 2 0 7 5

1:1

ARQUIMEDIANO VII

Número	de	caras triangulares	C3	=	4
Número	de	caras exagonales	Ce	=	4
Número	de	vértices	٧	=	12
Número	de	aristas	Α	=	18
Número	de	caras de un ángulo sólido	18	+ 2	P

ENUNCIADO

0

Representar por el método gráfi co-analítico en los planos I, II y III, el Arquimediano VII en el que en cada vértice concurren un triángulo equilátero y dos exágonos regulares.

La longitud de su lado es de 46,9 milímetros, y las coordenadas de su centro O, son: O(72, 72, 85) mm.

Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

Propuesta De entrega Entregada

Fecha
Alumno

Escuela

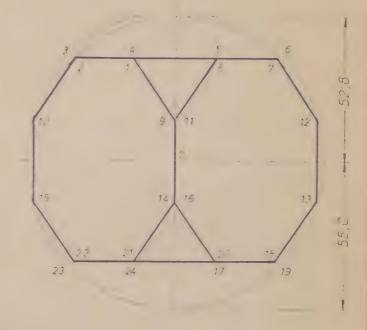
Curso

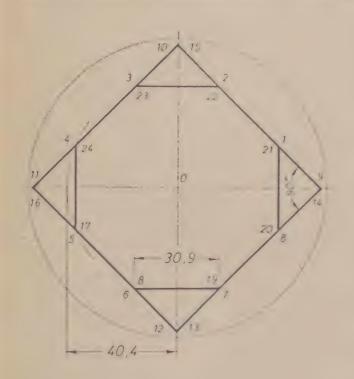
Arquimediano VII

Lámina 35

+ X







ARQUIMEDIANO VIII

Número	de	caras	triangulares		8
Número	de	caras	octogonales	Ξ	6
Número	de	vértice	S V		24
Número	de	arista	5` A	=	36
Número	de	caras	de un ángulo sólido 1P.	+	2 P

ENUNCIADO

0

Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano VIII, en el que en cada vértice concurren un triángulo equilátero y dos octógonos regulares.

La longitud de su lado es de 30,9 milímetros y las coordenadas de su centro 0, son 0 (72,72,85) mm.

Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

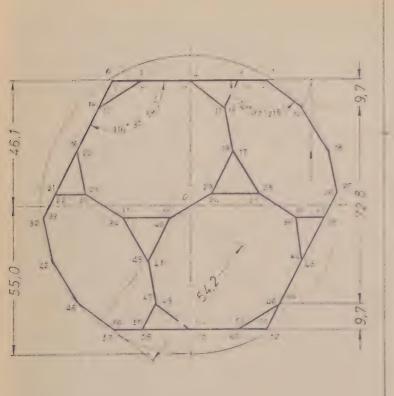
Fr	Frequesta De entrega Entregada	Calls -	(Irma)	Escuela Curso	
Escala 1 · 1	Arqu	imed	diano	VIII	Lá 4. (

+ X

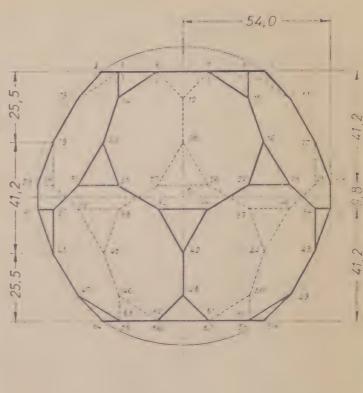




+ Y



Company of



ARQUIMEDIANO IX

Número	de	caras	triangulares	C ₃	***	20
Número	de	caras	decagonales	C 10	Ξ	12
Número	de	vértic	es	٧	=	60
Número	de	aristas		Α	=	90
Número	de	caras	de un ángulo sólido 1	P3 4	2	P10

ENUNCIADO

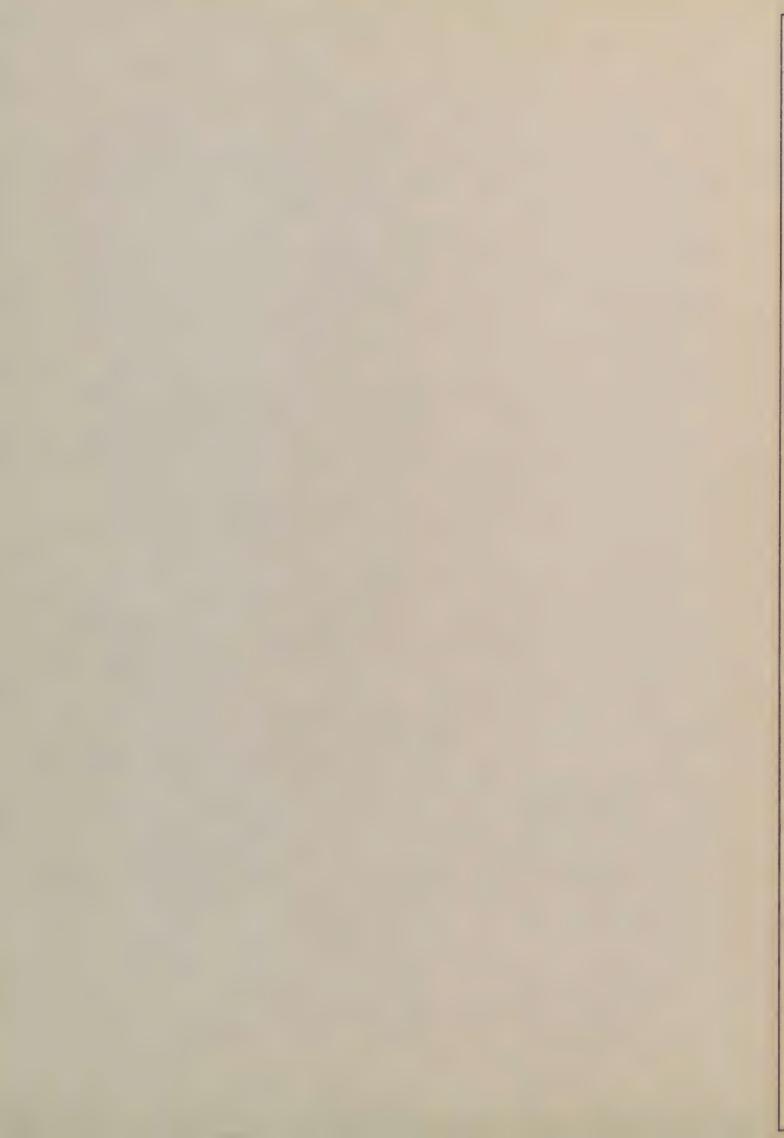
0

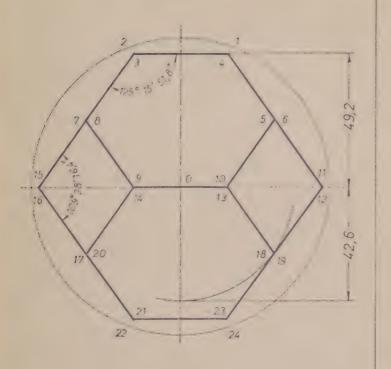
Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano IX, en el que en cada vértice concurren un triángulo equilátero y dos decágonos regulares.

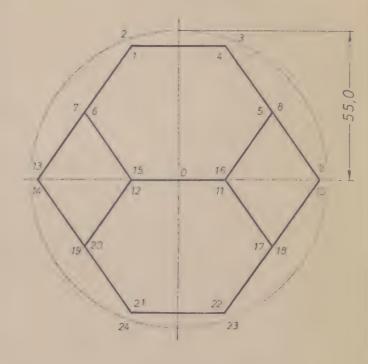
La longitud de su lado es de 18.5 milímetros y las coordenadas de su centro O, son O (72, 72, 85) mm.

Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

Fred 1	Francis Sentega diferent		(lirma)	E sovela Curso	
Escala 1:1	Arqu	ıime	ediano	IX	Lámina 41







ARQUIMEDIANO X

Número	de	caras cuadradas	C ₄	Ξ	6	
Número	de	caras exagonales	Ce	***	8	
Número	de	vértices	٧	=	24	
Número	de	aristas	Α	=	36	
Número	de	caras de un ángulo sólido	18	+	2 P.	

ENUNCIADO

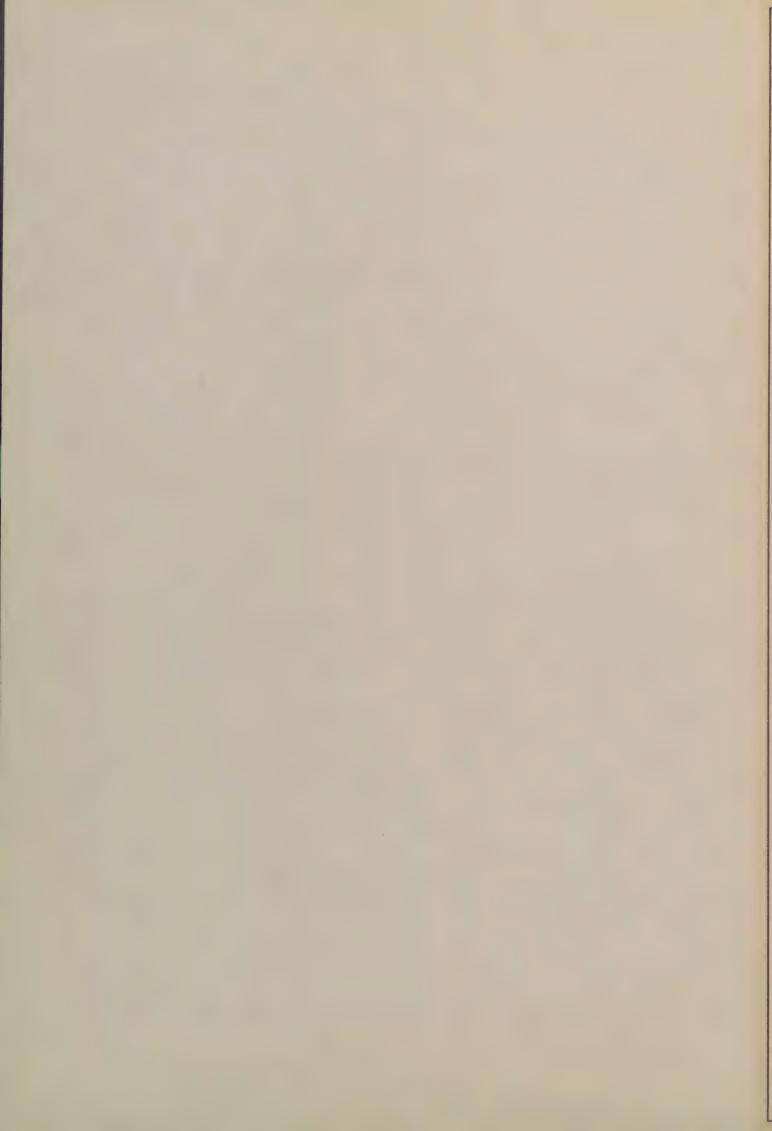
0

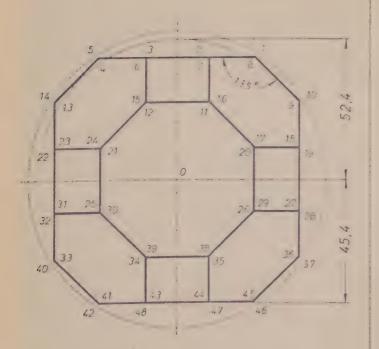
Representar por el método gráficoanalítico en los planos I, II y III, el Arquimediano X, en el que en cada vértice concurren un cuadrado y dos exágonos regulares.

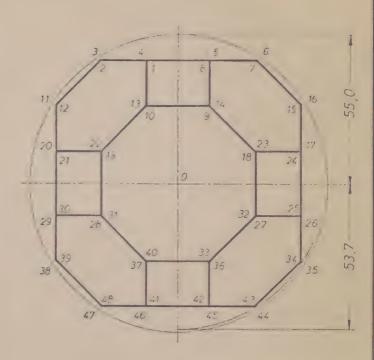
La longitud de su lado es de 34,8 milímetros y las coordenadas de su centro O, son: O (72, 72, 85) mm.

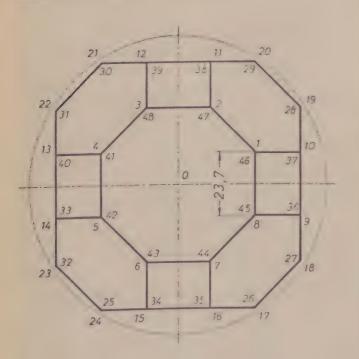
Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

festi	Propuesta De entrega Entregada	Catifi- cacion		Escuela Curso	
1:1	Arg	uim	ediano	X	Lámina 42









ARQUIMEDIANO XI

Número de	caras	cuadradas	C ₄	***	12	
Número de	caras	exagonales	C6	=	8	
Número de	caras	octògonales	Ca	=	6	
Número de	vértice	S	٧	=	48	
Número de	aristas		Α	=	72	
Número de	caras	de un ángulo sólido: 1P4 +	12	+	1 P8	

ENUNCIADO

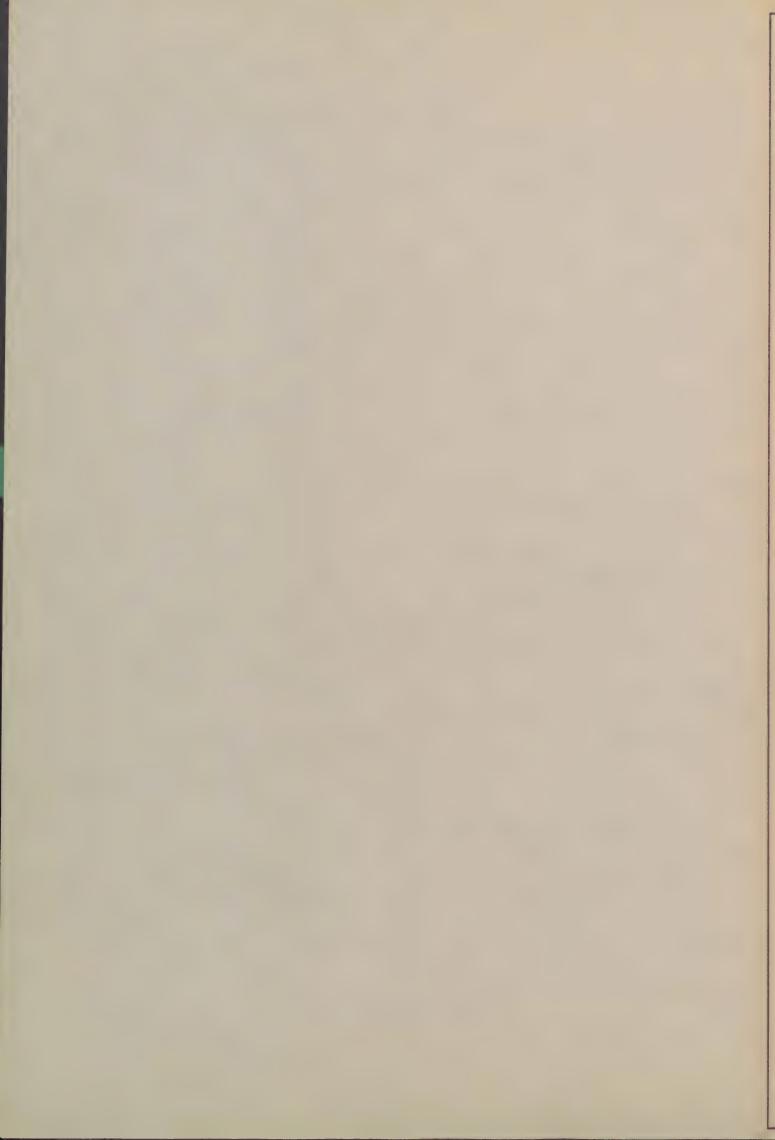
0

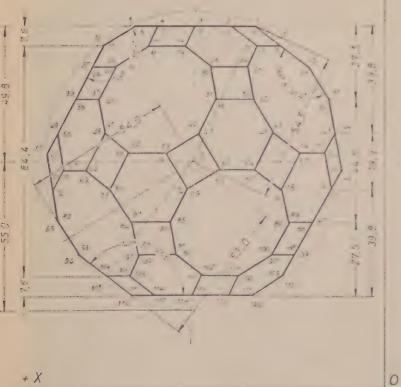
Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano XI, en el que en cada cara concurren un cuadrado, un exágono y un octógono, todos regulares.

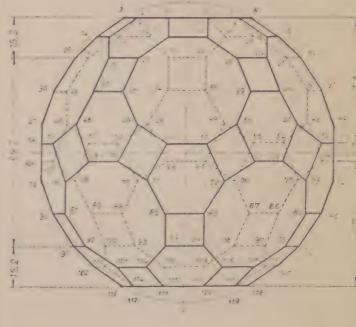
La longitud de su lado es de 23,7 milímetros y las coordenadas de su centro O, son: O (72, 72, 85) mm.

Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

Fecha	Proposita Ce estiga Estagada	5004. 500 00	(lirma)	Escuela Curso	
Escala 1 · 1	Arq	uime	ediano	XI	Lämma 43







58 79 47 CL 58 79 47 CL 58 79 47 CL 58 79 47 CL 59 79 47 CL 50 70 70 CL 50 70 70 CL 50 70 CL

ARQUIMEDIANO XII

Número	de	caras	cuadradas	$C_4 = 30$
Número	de	caras	exagonales	$C_6 = 20$
Número	de	caras	decagonales	C = 12
Número	de	vértice	5	V = 120
Número	de	arista	5	A = 180
Número	de	caras d	e un ángulo sólido	1P + 1P + 1P10

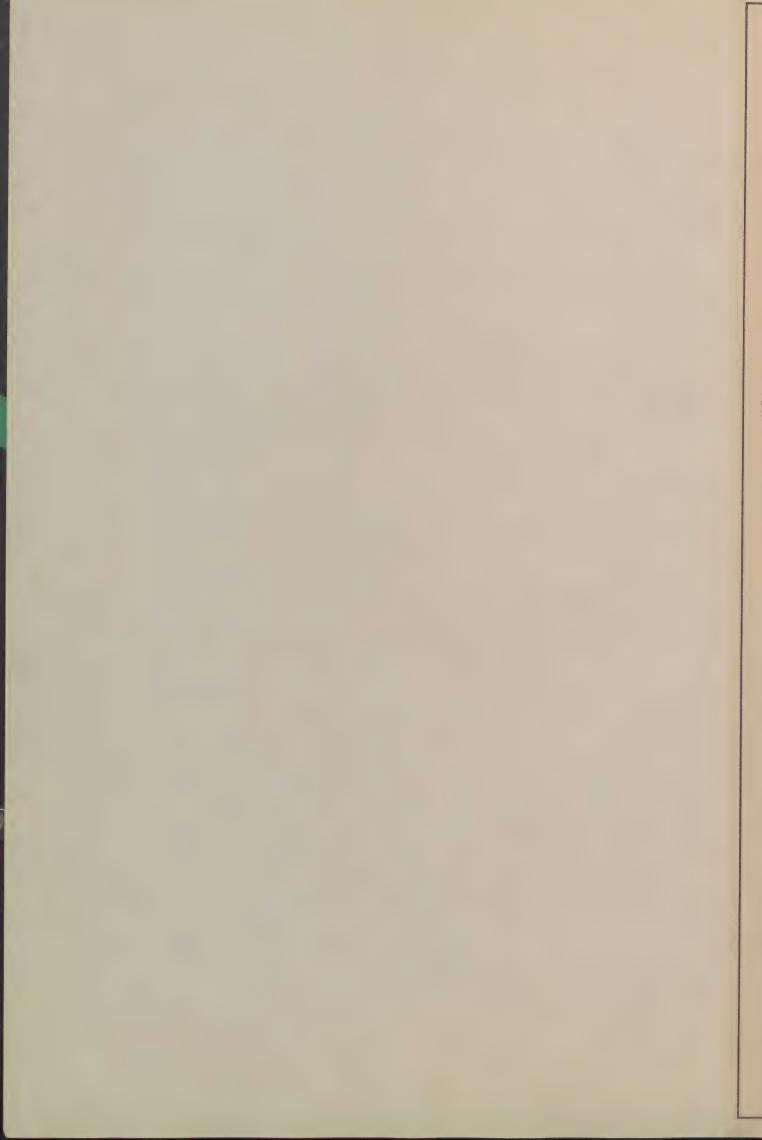
ENUNCIADO

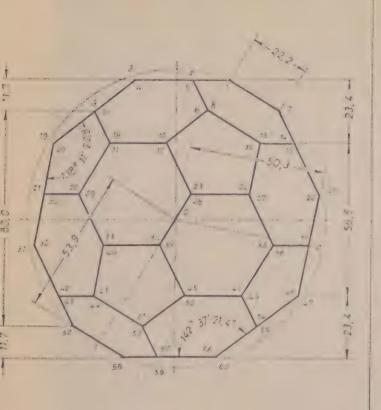
Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, el Arquimediano XII, en el que en cada vértice concurren un cuadrado, un exágono y un decágono, todos regulares.

La longitud de su lado es de su lado es de 14,5 mm. y las coordenadas de su centro 0, son: 0 (72, 72, 85) mm.

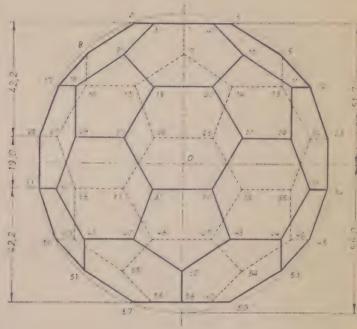
Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

	Propuesta . De entrega Entregada	Califi-		Escuela	
for the		cacion	(littha)	Curso	
Escala 9 · 1	Arqu	ime	diano	XII	Lámina 44





in the to



1:1

ARQUIMEDIANO XIII

Número	de	caras	pentagonales Cs	=	12
Número	de	caras	exagonales	=	20
			es V		
Número	de	arista	S A	=	90
Número	de	caras	de un ángulo sólido 1 Ps	- 2	P

ENUNCIADO

0

Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III el... Arquimediano XIII, en el que en cada vértice concurren un pentágono y dos exágonos regulares.

La longitud de su lado es de 22,2... mm y las coordenadas de su centro.. O, son O(72, 72, 85) mm.

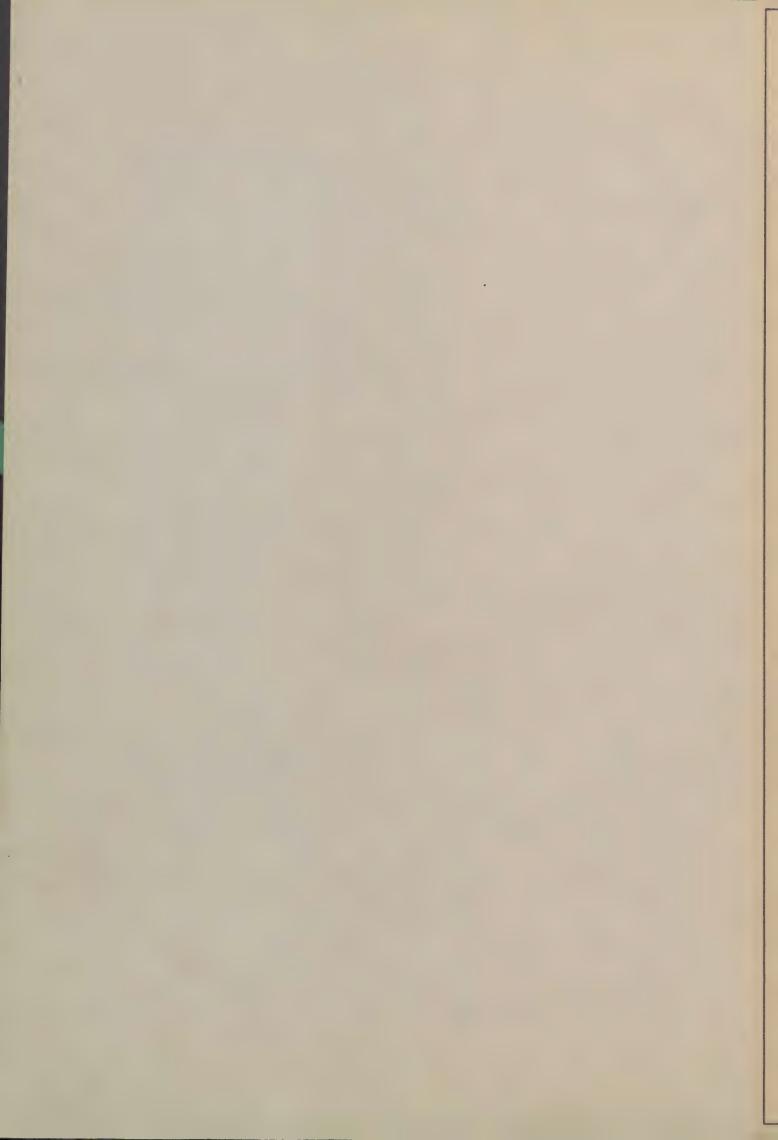
Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

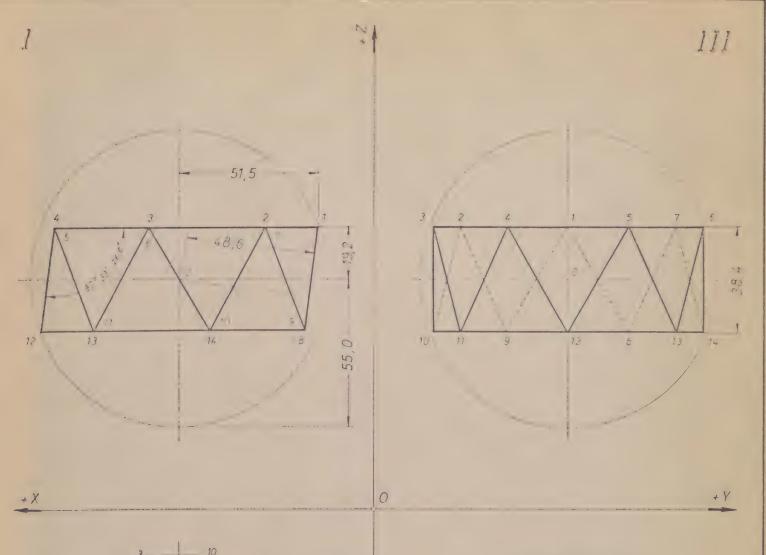
	,			
	Propuesta De entrega Entregada	Califi-		Escuela
Fecha		cación	(lirma)	
Afternas				Curso
Facala				

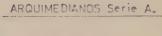
II

Arquimediano XIII

Lámina 45







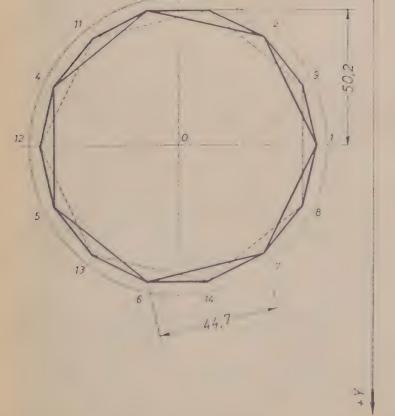
Número	de	caras triangulares	C,	=	2 n
Número	de	caras regulares de "n" lados	Cn	-	2
Número	de	vértices	٧	=	2n
Número	de	aristas	Α	=	4 n
Número	de	caras de un ángulo sólido	3 P3	+	1Pn

ENUNCIADO

Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, un Arquimediano de la Serie An, en el que en cada vértice concurren tres trián gulos equiláteros y un polígono regular de "n" lados, todos de igual longitud, siendo "n" un número natural mayor que 3. La longitud del lado, para n = 7, es de 44,7 mm, y las coordenadas de su centro son: 0 (72, 72, 85).

Dibujar en formato A3v y a escala

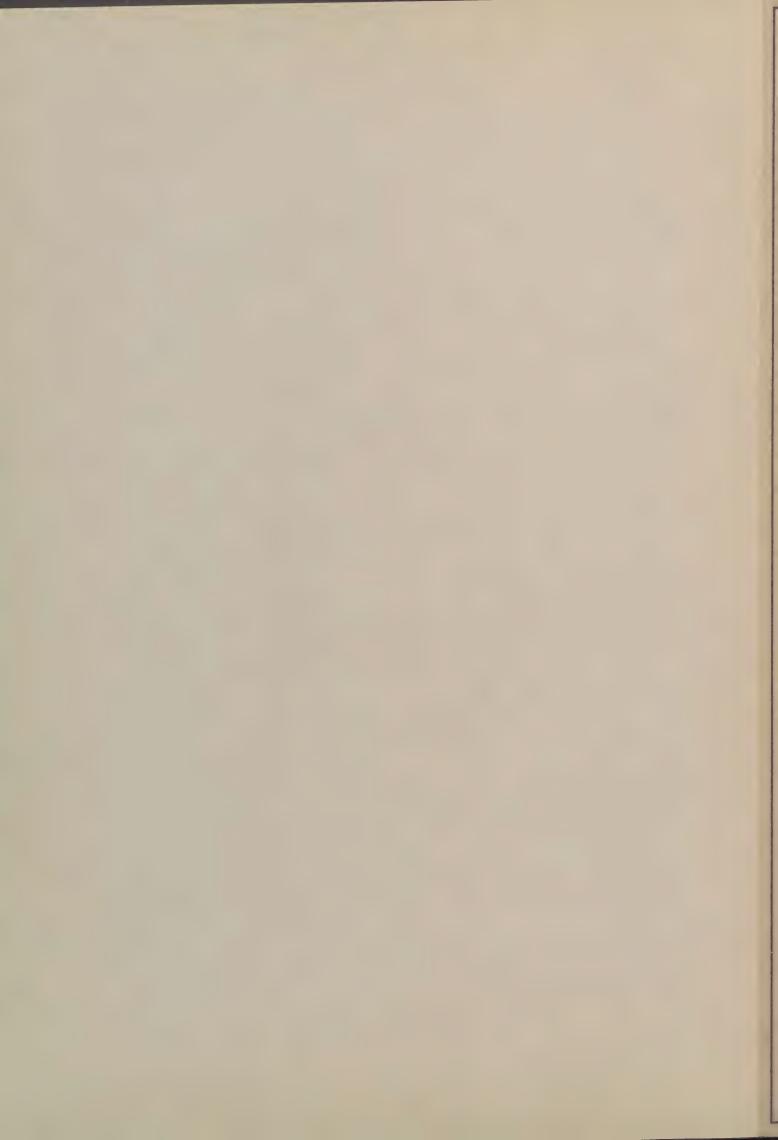
Escuela

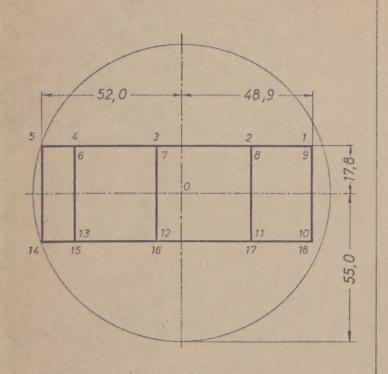


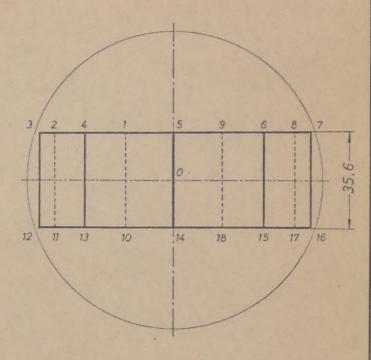
Escala Arquimedia

Arquimedianos Serie A.

Lámina 46







II

ARQUIMEDIANOS Serie Bn

Número	de	caras cuadradas	C4	=	n
Número	de	caras regulares de "n" lados	C.	=	2
Número	de	vértices	V	=	2n
Número	de	aristas	A	=	3n
Número	de	caras de un ángulo sólido	2 P.	4	1Pn

ENUNCIADO

0

Representar por el método gráficoanalítico, en los planos I, II y III, un Arquimedíano de la Serie B_n, en el que en cada vértice concurren dos cuadrados y un polígono regular de "n" lados todos de igual longitud, siendo "n" un número natural igual a 3, o mayor que 4. La longitud del lado, para n=9, es de 35,6 mm, y las coordenadas de su centro son: O (72, 72, 85) mm.

Dibujar en formato A3v y a escala 1:1.

Fecha: cación (firma) Curso	
Escala	
1:1 Arquimedianos Serie B. Lám	na 4'

